Контрольная работа № 1

Рекомендации по выполнению и оформлению контрольных работ

При выполнении контрольных работ необходимо учитывать указанные ниже рекомендации. Работы, выполненные без соблюдения этих рекомендаций, не зачитываются и возвращаются студенту для переработки.

1. Каждая контрольная работа должна быть выполнена в **отдельной тетради в клетку**. Необходимо оставлять **поля** шириной 4-5 см для замечаний рецензента.

2. На обложке тетради должны быть ясно написаны **фамилия** студента, его **инициалы**, **учебный номер** (номер зачетной книжки), номер контрольной работы, название дисциплины; здесь же указывается название учебного заведения, дата отсылки работы и адрес студента. В конце работы ставится дата ее выполнения и подпись студента.

3. В работу должны быть включены **все задачи**, указанные в задании по положенному варианту. Контрольные работы, содержащие не все задачи задания, а также задачи не своего варианта, не зачитываются.

4. Студент должен выполнять каждую задачу в контрольной работе по варианту, определенному последней цифрой его учебного номера (номера зачетной книжки).

5. Решения задач следует располагать в порядке номеров, указанных в задании, сохраняя номера задач, излагать подробно, аккуратно объясняя и мотивируя все действия по ходу решения.

6. Перед решением каждой задачи надо **полностью выписать ее условие.** Если несколько задач, из которых нужно выбрать задачи варианта, имеют общую формулировку, то следует, переписывая условие задачи, заменить общие данные конкретными, взятыми из соответствующего номера.

7. После получения прорецензированной работы, студент должен исправить все отмеченные рецензентом ошибки и выполнить все его рекомендации.

Задача 1.

Даны две матрицы A и B. Найти: 1) A·B; 2) B·A; 3) A^{-1}.

0. $A=\begin{pmatrix}8 & -1 & -1\\ 5 & -5 & -1\\ 10 & 3 & 2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}3 & 2 & 5\\ 3 & 2 & 1\\ 1 & 0 & 2\end{pmatrix}$;

1. $A=\begin{pmatrix}2 & -1 & -4\\ 4 & -9 & 3\\ 2 & -7 & -1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0 & 0 & -4\\ 5 & -6 & 4\\ 7 & -4 & 1\end{pmatrix}$;

2. $A=\begin{pmatrix}3 & -7 & 2\\ 1 & -8 & 3\\ 4 & -2 & 3\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0 & 5 & -3\\ 2 & 4 & 1\\ 2 & 1 & -5\end{pmatrix}$;

3. $A=\begin{pmatrix}-2 & 3 & 4\\ 3 & -1 & -4\\ -1 & 2 & 2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}3 & 3 & 1\\ 0 & 6 & 2\\ 1 & 9 & 2\end{pmatrix}$;

4. $A=\begin{pmatrix}-6 & 1 & 11\\ 9 & 2 & 5\\ 0 & 3 & 7\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}3 & 0 & 1\\ 0 & 2 & 7\\ 1 & -3 & 2\end{pmatrix}$;

5. $A=\begin{pmatrix}-1 & 0 & 2\\ 2 & 3 & 2\\ 3 & 7 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}3 & 0 & 1\\ -3 & 1 & 7\\ 1 & 3 & 2\end{pmatrix}$;

6. $A=\begin{pmatrix}3 & 1 & 2\\ -1 & 0 & 2\\ 1 & 2 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0 & -1 & 2\\ 2 & 1 & 1\\ 3 & 7 & 1\end{pmatrix}$;

7. $A=\begin{pmatrix}2 & -1 & -3\\ 8 & -7 & -6\\ -3 & 4 & 2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}2 & -1 & -2\\ 3 & -5 & 4\\ 1 & 2 & 1\end{pmatrix}$

8. $A=\begin{pmatrix}3 & 5 & -6\\ 2 & 4 & 3\\ -3 & 1 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}2 & 8 & -5\\ -3 & -1 & 0\\ 4 & 5 & -3\end{pmatrix}$

9. $A=\begin{pmatrix}8 & 5 & -1\\ 1 & 5 & 3\\ 1 & 1 & 0\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}4 & -7 & -6\\ 3 & 2 & -1\\ 0 & 1 & 2\end{pmatrix}$

Задание 2.

Проверить совместность системы и в случае совместности решить ее :
1) по формулам Крамера;
2) методом Гаусса.

0. $\begin{cases}4x_1+x_2+4x_3=19\\ 2x_1-x_2+2x_3=11\\ x_1+x_2+2x_3=8\end{cases}$;

1. $\begin{cases}x_1+4x_2-x_3=6\\ 5x_2+4x_3=-20\\ 3x_1-2x_2+5x_3=-22\end{cases}$;

2. $\begin{cases}3x_1-2x_2-5x_3=5\\ 2x_1+3x_2-4x_3=12\\ x_1-2x_2+3x_3=-1\end{cases}$;

3. $\begin{cases}2x_1+3x_2+x_3=12\\ 2x_1+x_2+3x_3=16\\ 3x_1+2x_2+x_3=8\end{cases}$;

4. $\begin{cases}4x_1-x_2=-6\\ 3x_1+2x_2+5x_3=-14\\ x_1-3x_2+4x_3=-19\end{cases}$;

5. $\begin{cases}2x_1-x_2+2x_3=3\\ x_1+x_2+2x_3=-4\\ 4x_1+x_2+4x_3=-3\end{cases}$;

6. $\begin{cases} x_1 + 5x_2 - 6x_3 = -15 \\ 3x_1 + x_2 + 4x_3 = 13 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 9 \end{cases}$;

7. $\begin{cases} 7x_1 + 4x_2 - x_3 = 13 \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 3 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = -10 \end{cases}$;

8. $\begin{cases} x_1 + 4x_2 - x_3 = -9 \\ 4x_1 - x_2 + 5x_3 = -2 \\ 3x_2 - 7x_3 = -6 \end{cases}$;

9. $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 12 \\ 7x_1 - 5x_2 + x_3 = -33 \\ 4x_1 + x_3 = -7 \end{cases}$;

Задача 3.

Вычислите площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$, где $\alpha = (\widehat{\vec{p},\vec{q}})$, если:

0. $\vec{a} = \vec{p} + 2\vec{q},\ \vec{b} = 3\vec{p} - \vec{q};\ |\vec{p}| = 1,\ |\vec{q}| = 2,\ \alpha = \dfrac{\pi}{6};$
1. $\vec{a} = 3\vec{p} + \vec{q},\ \vec{b} = \vec{p} - 2\vec{q};\ |\vec{p}| = 4,\ |\vec{q}| = 1,\ \alpha = \dfrac{\pi}{4};$
2. $\vec{a} = \vec{p} - 3\vec{q},\ \vec{b} = \vec{p} + 2\vec{q};\ |\vec{p}| = \dfrac{1}{5},\ |\vec{q}| = 1,\ \alpha = \dfrac{\pi}{2};$
3. $\vec{a} = 3\vec{p} - 2\vec{q},\ \vec{b} = \vec{p} + 5\vec{q};\ |\vec{p}| = 4,\ |\vec{q}| = \dfrac{1}{2},\ \alpha = \dfrac{5\pi}{6};$
4. $\vec{a} = \vec{p} - 2\vec{q},\ \vec{b} = 2\vec{p} + \vec{q};\ |\vec{p}| = 2,\ |\vec{q}| = 3,\ \alpha = \dfrac{3\pi}{4};$
5. $\vec{a} = \vec{p} + 3\vec{q},\ \vec{b} = \vec{p} - 2\vec{q};\ |\vec{p}| = 2,\ |\vec{q}| = 3,\ \alpha = \dfrac{\pi}{3};$
6. $\vec{a} = 2\vec{p} - \vec{q},\ \vec{b} = \vec{p} + 3\vec{q};\ |\vec{p}| = 3,\ |\vec{q}| = 2,\ \alpha = \dfrac{\pi}{2};$
7. $\vec{a} = 4\vec{p} + \vec{q},\ \vec{b} = \vec{p} - \vec{q};\ |\vec{p}| = 7,\ |\vec{q}| = 2,\ \alpha = \dfrac{\pi}{4};$
8. $\vec{a} = \vec{p} - 4\vec{q},\ \vec{b} = 3\vec{p} + \vec{q};\ |\vec{p}| = 1,\ |\vec{q}| = 2,\ \alpha = \dfrac{\pi}{6};$
9. $\vec{a} = \vec{p} + 4\vec{q},\ \vec{b} = 2\vec{p} - \vec{q};\ |\vec{p}| = 7,\ |\vec{q}| = 2,\ \alpha = \dfrac{\pi}{3};$

Задача 4.

Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 и его высоту, опущенную из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$, если:

0. $A_1(1,3,6)$, $A_2(2,2,1)$, $A_3(-1,0,1)$, $A_4(-4,6,-3)$;
1. $A_1(-4,2,6)$, $A_2(2,-3,0)$, $A_3(-10,5,8)$, $A_4(-5,2,-4)$;
2. $A_1(7,2,4)$, $A_2(7,-1,-2)$, $A_3(3,3,1)$, $A_4(-4,2,1)$;
3. $A_1(2,1,4)$, $A_2(-1,5,-2)$, $A_3(-7,-3,2)$, $A_4(-6,-3,6)$;
4. $A_1(-1,-5,2)$, $A_2(-6,0,-3)$, $A_3(3,6,-3)$, $A_4(-10,6,7)$;
5. $A_1(0,-1,-1)$, $A_2(-2,3,5)$, $A_3(1,-5,-9)$, $A_4(-1,-6,3)$;
6. $A_1(5,2,0)$, $A_2(2,5,0)$, $A_3(1,2,4)$, $A_4(-1,1,1)$;
7. $A_1(2,-1,-2)$, $A_2(1,2,1)$, $A_3(5,0,-6)$, $A_4(-10,9,-7)$;
8. $A_1(-2,0,-4)$, $A_2(-1,7,1)$, $A_3(4,-8,-4)$, $A_4(1,-4,6)$;
9. $A_1(14,4,5)$, $A_2(-5,-3,2)$, $A_3(-2,-6,-3)$, $A_4(-2,2,-1)$;

Задача 5.

Задан треугольник ABC координатами своих вершин. Найдите:

а) периметр треугольника;

б) точку пересечения медиан;

в) уравнение стороны AB;

г) уравнение высоты, опущенной из вершины C;

д) длину этой высоты.

0.	$A(1,2)$	$B(3,4)$	$C(-2,-3)$
1.	$A(-5,2)$	$B(3,6)$	$C(4,-6)$
2.	$A(1,2)$	$B(8,4)$	$C(-1,4)$
3.	$A(3,5)$	$B(-3,4)$	$C(5,1)$
4.	$A(3,7)$	$B(-4,0)$	$C(1,4)$
5.	$A(-4,5)$	$B(2,7)$	$C(1,1)$
6.	$A(-3,2)$	$B(-5,-4)$	$C(2,1)$
7.	$A(3,-5)$	$B(-2,-7)$	$C(0,2)$
8.	$A(1,-3)$	$B(5,4)$	$C(-1,0)$
9.	$A(-1,2)$	$B(-2,-2)$	$C(5,-2)$

Задача 6.

Составьте каноническое уравнение эллипса, если:

0. Расстояние между фокусами равно 10, большая ось равна 26.
1. Большая ось равна 20, эксцентриситет $\varepsilon = 0{,}6$.
2. Расстояние между директрисами равно 18, большая ось равна 12.
3. Прямые $x = \pm 12{,}5$ являются директрисами, малая ось равна 12.
4. Точки $M(3,2)$, $N(3\sqrt{\frac{3}{2}}, \sqrt{2})$ принадлежат эллипсу.
5. Точка $M(3,4)$ принадлежит эллипсу, эксцентриситет $\varepsilon = \frac{1}{2}$.
6. Большая полуось равна 5, расстояние между фокусами равно 6.
7. Расстояния от фокуса до концов большой оси равны 1 и 9.
8. Сумма длин полуосей равна 8 и расстояние между фокусами равно 8.
9. Директрисы задаются уравнениями $x = \pm 12$, эксцентриситет $\varepsilon = \frac{1}{3}$.

Задача 7.

Найти точку *M’*, симметричную точке *M* относительно прямой:

0. $M(0,-3,-2)$, $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1{,}5}{-1}=\frac{z}{1}$;

1. $M(2,-1,1)$, $\frac{x-4{,}5}{1}=\frac{y+3}{-0{,}5}=\frac{z-2}{1}$;

2. $M(1,1,1)$, $\frac{x-2}{1}=\frac{y+1{,}5}{-2}=\frac{z-1}{1}$;

3. $M(1,2,3)$, $\frac{x-0{,}5}{0}=\frac{y+1{,}5}{-1}=\frac{z-1{,}5}{1}$;

4. $M(1,0,-1)$, $\frac{x-3{,}5}{2}=\frac{y-1{,}5}{2}=\frac{z}{0}$;

5. $M(2,1,0)$, $\frac{x-2}{0}=\frac{y+1{,}5}{-1}=\frac{z+0{,}5}{1}$;

6. $M(-2,-3,0)$, $\frac{x+0{,}5}{1}=\frac{y+1{,}5}{0}=\frac{z-0{,}5}{1}$;

7. $M(-1,0,-1)$, $\frac{x}{-1}=\frac{y-1{,}5}{0}=\frac{z-2}{1}$;

8. $M(0,1,2)$, $\frac{x-1{,}5}{2}=\frac{y}{-1}=\frac{z-2}{1}$;

9. $M(3,-3,-1)$, $\frac{x-6}{5}=\frac{y-3{,}5}{4}=\frac{z+0{,}5}{0}$;

Задача 8.

Найдите пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя.

0. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5x-1}{x+1}$, б) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{x}$,

   в) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 4x}{5-\sqrt{2x+25}}$.

1. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x^2-x-3}{x^3-8x+5}$, б) $\lim\limits_{x\to+\infty}x(\sqrt{x^2+1}-x)$,

   в) $\lim\limits_{x\to -3}\frac{\sin(x+3)}{9-x^2}$.

2. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^2-6x+1}{2x-7}$, б) $\lim\limits_{x\to -8}\frac{\sqrt{1-x}-3}{2+\sqrt[3]{x}}$,

   г) $\lim\limits_{x\to 0}\cdot\left(\frac{3x-4}{3x+1}\right)^{x-2}$

3. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^3-90x^2+10}{25x^3+13x}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{6x-5}{1+\sqrt{x^2+3}}$,

в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2-\sqrt{4-x}}{\sin 4x}$

4. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2-x}{x^2+5}$, б) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{2-\sqrt{x}}{3-\sqrt{2x+1}}$,

в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-4}{2x}\right)^{7x}$.

5. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x}{\sqrt[3]{x^3-9}}$, б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\sqrt{1-x}}{\sin 3x}$,

в) $\lim\limits_{x\to\infty}=\left(\dfrac{x^2+1}{x^2-3}\right)^{x^2}$.

6. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3-10x-1}{x+10^5}$, б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x}{3-\sqrt{x+9}}$,

в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 5x-\cos x}{4x^2}$,

7. а) $\lim\limits_{x\to -1}(x^5-4^{x+1}-3)$, б) $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{1+\sqrt{2x^2-1}}{x}$,

г) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x}{3x-5}\right)^{4x}$.

8. а) $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{\sqrt{1+3x^2}}{x-1}$, б) $\lim\limits_{x\to +\infty}(x-\sqrt{x^2+4x})$,

в) $\lim\limits_{x\to 0-0}\dfrac{x}{\sqrt{1-\cos x}}$,

9. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1-2x-2x^2}{3+x^3}$, б) $\lim\limits_{x\to +\infty}(\sqrt{x^2+x}-\sqrt{x^2-x})$,

в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{4x-1}{4x+1}\right)^{2x+3}$

Контрольная работа №2

Рекомендации по выполнению и оформлению контрольных работ

При выполнении контрольных работ необходимо учитывать указанные ниже рекомендации. Работы, выполненные без соблюдения этих рекомендаций, не зачитываются и возвращаются студенту для переработки.

8. Каждая контрольная работа должна быть выполнена в **отдельной тетради в клетку**. Необходимо оставлять **поля** шириной 4-5 см для замечаний рецензента.
9. На обложке тетради должны быть ясно написаны **фамилия** студента, его **инициалы**, **учебный номер** (номер зачетной книжки), номер контрольной работы, название дисциплины; здесь же указывается название учебного заведения, дата отсылки работы и адрес студента. В конце работы ставится дата ее выполнения и подпись студента.
10. В работу должны быть включены **все задачи**, указанные в задании по положенному варианту. Контрольные работы, содержащие не все задачи задания, а также задачи не своего варианта, не зачитываются.
11. Студент должен выполнять каждую задачу в контрольной работе по варианту, определенному последней цифрой его учебного номера (номера зачетной книжки).
12. Решения задач следует располагать в порядке номеров, указанных в задании, сохраняя номера задач, излагать подробно, аккуратно объясняя и мотивируя все действия по ходу решения.
13. Перед решением каждой задачи надо **полностью выписать ее условие.** Если несколько задач, из которых нужно выбрать задачи варианта, имеют общую формулировку, то следует, переписывая условие задачи, заменить общие данные конкретными, взятыми из соответствующего номера.
14. После получения прорецензированной работы, студент должен исправить все отмеченные рецензентом ошибки и выполнить все его рекомендации.

Задача 1

Задано комплексное число z. Запишите число z в алгебраической и тригонометрической формах.

0.	$z=\dfrac{2}{1+i}+\dfrac{5\,i}{2-i}$.	**1.**	$z=\dfrac{2}{i}+i\,(1-i)$.
2.	$z=(1+2i)(1+3i)$.	**3.**	$z=(i-1)(2+i)^2+i$.
4.	$z=(1+i)^3-(1-i)^3$.	**5.**	$z=(i+i^2)^2+(1-2i)^3$.
6.	$z=\dfrac{1}{\sqrt{3}+i}$.	**7.**	$z=\left(\dfrac{i^3+1}{i^{21}+1}\right)^2$.
8.	$z=(1+i)^2(1+2i)+\dfrac{2}{i}$.	**9.**	$z=\left(\dfrac{1-i}{1+i}\right)^2$

Задача 2

Найдите производные данных функций. В пункте г) функция $y=f(x)$ задана параметрически формулами $x=x(t)$, $y=y(t)$.

0.		**1.**	
а)	$y=2tg^2(1-x)$	*а)*	$y=\sin^3 4x$
б)	$y=\dfrac{\sin^3 5x}{\ln(2x-3)}$	*б)*	$y=3^{\cos x}\cdot\arcsin^2 3x^4$
в)	$y+7x-ctg(xy)=0$	*в)*	$y^2+2x-\sin y=0$
г)	$\begin{cases} x=\cos 2t \\ y=\ln\sin 2t \end{cases}$	*г)*	$\begin{cases} x=\ln(2t-1) \\ y=\cos^3(7t+5) \end{cases}$
2.		**3.**	
а)	$y=2^{\cos 3x}$	*а)*	$y=e^{\arcsin 2x}$

б)	$y = ctg^3 4x \cdot arctg 2x^3$	*б)*	$y = \dfrac{(x-4)^2}{e^{arctgx}}$
в)	$5x^2 - \cos y + y^3 = 0$	*в)*	$x^2 y^2 + x - 5y = 0$
г)	$\begin{cases} x = (7t+5)^3 \\ y = tg^3(7t+5) \end{cases}$	*г)*	$\begin{cases} x = t + arctg\, t \\ y = t^3 \end{cases}$
4.		**5.**	
а)	$y = \ln(x^2 + 5x)$	*а)*	$y = \cos^2 4x$
б)	$y = \dfrac{\log_3(4x+5)}{2ctg\sqrt{x}}$	*б)*	$y = \dfrac{e^{-\sin^2 x}}{(x+5)^4}$
в)	$3\sin y - xy^2 - 5 = 0$	*в)*	$ctg^2(y+5) - 5x = 0$
г)	$\begin{cases} x = 4t - t^2 \\ y = t\sin t \end{cases}$	*г)*	$\begin{cases} x = te^t \\ y = 2t^2 \end{cases}$
6.		**7.**	
а)	$y = \ln\cos 4x$	*а)*	$y = 5^{x^2+2x}$
б)	$y = \dfrac{tg^3 2x}{\lg(5x+1)}$	*б)*	$y = ctg^2(x+1) \cdot \arccos\dfrac{1}{x}$
в)	$\ln(y-x) + 3x^3 = 0$	*в)*	$x^3 + y^2 - 3xy = 0$
г)	$\begin{cases} x = \sin 3t \\ y = \cos 3t \end{cases}$	*г)*	$\begin{cases} x = 2\sin^2 t \\ y = 3\cos^2 t \end{cases}$
8.		**9.**	
а)	$y = 3\sin^4 5x$	*а)*	$y = \sin^3 2x$

б)	$y=(x-6)^5\cdot\cos(7x+2)$	*б)*	$y=4^{-\sin x}\cdot arctg3x$
в)	$\sin 6y-6x+y^2=0$	*в)*	$3x^2y+2\cos^2 x=0$
г)	$\begin{cases}x=2t-t^3\\ y=t^2-3\end{cases}$	*г)*	$\begin{cases}x=2t^3+t\\ y=3t^2\end{cases}$

Задача 3

Докажите, что заданная функция $y=f(x)$ является решением уравнения:

0. $y=(x+3)\sin x-2\cos x$,
   $y''+y=2\cos x$.

1. $y=x\cdot e^{-x}+\dfrac{x^4}{12}\cdot e^{-x}$,
   $y''+2y'+y=x^2\cdot e^{-x}$.

2. $y=e^{-3x}\cdot(1-\cos 4x+2\sin 4x)$,
   $y''+6y'+25y=16\cdot e^{-3x}$.

3. $y=e^{x}\cdot(5-3\cos 2x-2\sin 2x)$,
   $y''+y'-2y=26\cdot e^{x}\cdot\sin 2x$.

4. $y=e^{2x}\cdot(\cos x\cdot\ln\cos x+x\cdot\sin x)$,
   $y''-4y'+5y=\dfrac{e^{2x}}{\cos x}$.

5. $y=x+e^{-x}-\left(1+e^{-x}\right)\cdot\ln\left(1+e^{x}\right)$,
   $y''+y'=\dfrac{1}{1+e^{x}}$.

6. $y=\dfrac{1}{2\cos x}$,
   $y''+y=\cos^{-3}x$.

7. $y=e^{x}\cdot\left(\sqrt{4-x^2}+x\cdot\arcsin\dfrac{x}{2}\right)$,
   $y''-2y'+y=\dfrac{e^{x}}{\sqrt{4-x^2}}$.

8. $y=-\cos x\cdot\ln tg\left(\dfrac{x}{2}+\dfrac{\pi}{4}\right)$,

$y''+y=tg\,x$.

9. $y=e^{x}\cdot\left(x-\ln x\right)$,

$y''-2y'+y=x^{-2}\cdot e^{x}$.

Задача 4

Найти неопределённые интегралы:

№	*а)*	*б)*	*в)*	*г)*
0	$\int\sqrt{3+x}dx$	$\int x\cdot arctg2xdx$	$\int\dfrac{3x^{3}+4x^{2}-5}{x^{2}}dx$	$\int\sin 3x\cdot\cos xdx$
1	$\int\dfrac{dx}{4-3x}$	$\int x^{2}\sin xdx$	$\int\dfrac{2x^{2}+3\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}dx$	$\int\sin 5x\cdot\sin 7xdx$
2	$\int\sin(2-3x)dx$	$\int e^{2x}(x-8)dx$	$\int\dfrac{\sqrt{x}-2x^{3}+6}{x}dx$	$\int\cos^{4}x\cdot\sin^{3}xdx$
3	$\int\dfrac{xdx}{2x^{2}-7}$	$\int(x+4)\ln xdx$	$\int\dfrac{2x^{3}-\sqrt{x^{5}}+5}{x^{2}}dx$	$\int\dfrac{dx}{3-2\sin x}$
4	$\int e^{2x-7}dx$	$\int(2x+3)\cos 3xdx$	$\int(\sqrt[5]{x}-\dfrac{4}{x^{5}}+2)dx$	$\int\dfrac{dx}{4\cos x+3\sin x}$
5	$\int\sin^{4}2x\cos 2xdx$	$\int(3x+7)ctgxdx$	$\int(\dfrac{\sqrt[3]{x}}{x}-\dfrac{2}{x^{3}}+1)dx$	$\int\sin x\cdot\cos^{3}xdx$
6	$\int\cos(3x+5)dx$	$\int\sqrt{x}\ln xdx$	$\int\left(2x^{3}-3\sqrt{x^{5}}+\dfrac{4}{x}\right)dx$	$\int\dfrac{dx}{3+\cos x+\sin x}$
7	$\int\sqrt{5-4x}dx$	$\int x^{2}5^{x}dx$	$\int\dfrac{\sqrt[6]{x^{5}}-5x^{2}+3}{x}dx$	$\int\dfrac{dx}{7\sin x-3\cos x}$
8	$\int\dfrac{\ln^{6}(x+9)}{x+9}dx$	$\int arctg\sqrt{x}dx$	$\int\left(x\sqrt{x}-\dfrac{1}{\sqrt{x^{3}}}+1\right)dx$	$\int\cos^{3}3x\cdot\sin^{4}3xdx$
9	$\int\dfrac{\cos xdx}{\sin x+2}$	$\int(4x+5)\sin 3xdx$	$\int\left(x^{2}-\dfrac{\sqrt[6]{x}}{x}-3\right)dx$	$\int\sin^{2}x\cos^{2}xdx$

Задача 5

Вычислить определённый интеграл.

0	$\int_0^1 \frac{x^3}{x^8+4}dx$	**5**	$\int_3^8 \sqrt{x+1}\,dx$
1	$\int_0^1 \frac{e^x dx}{1+e^{2x}}$	**6**	$\int_0^1 \frac{xdx}{1+x^4}$
2	$\int_1^e \frac{1+\ln x}{x}dx$	**7**	$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\cos xdx$
3	$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 xdx$	**8**	$\int_0^{\sqrt{3}} \frac{xdx}{\sqrt{4-x^2}}$
4	$\int_1^{\sqrt{3}} \frac{x^2}{x^6+9}dx$	**9**	$\int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{6}} \frac{dx}{\cos^2 2x}$

Задача 6

Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

0.	$y^2-9x=0, \quad y=3x$
1.	$y=4-x^2, \quad y=0$
2.	$y=\frac{1}{4}x^2, \quad y=2x$
3.	$y^2=x+2, \quad x=0$
4.	$y=x^2-4x+5, \quad y=x+5$
5.	$y=-x^2+6x-5, \quad y=0$
6.	$y=x^2-8x+16, \quad x+y-6=0$
7.	$4x-y^2=0, \quad 6-y=0, \quad x=0$
8.	$y^2=4x, \quad x^2=4y$

9.	$y = x, \quad y = -x, \quad y = 9 - x^2$

Задача 7

Найти экстремум функции нескольких переменных.

0.	$z = x^2 y + \frac{1}{3} y^3 + 4x - 5y - 1$.
1.	$z = x^2 y + y^3 - x^2 - 6y^2$.
2.	$z = \frac{2}{x} - \frac{4}{y} + xy$.
3.	$z = 2\sqrt{x}y + y^2 + 3x + 8y$.
4.	$z = \left(y^2 - x\right)e^{\frac{x}{2}}$.
5.	$z = x^3 + xy^2 + 6x^2 + y^2$.
6.	$z = x^2 + 2x\sqrt{y} + 2x + 2y$.
7.	$z = \frac{8}{x} - \frac{1}{y} + xy$.
8.	$z = x^3 + xy^2 - 21x + 12y + 2$.
9.	$z = \left(x^2 + 6y\right)e^{\frac{y}{3}}$.

Задача 8

Найти **общий** интеграл дифференциального уравнения

№	а)	б)
0.	$\left(x^2 + 1\right)y' + 2xy^2 = 0$,	$y'' + 2y' = 4e^x$
1.	$\left(y + \sqrt{x^2 + y^2}\right)dx - xdy = 0$,	$y'' + 2y' = \sin x + \cos x$
2.	$y' = 6x \cdot \sqrt[3]{y^2}$,	$y'' + y = 2\cos 5x + 3\sin 5x$
3.	$\left(x^2 + 1\right)y' + 4xy = 3$,	$y'' + 6y' + 13y = e^{-3x}$

4.	$1+y'=e^{y}$,	$y''-4y'=x-3$
5.	$x\cdot y'+y=3x^{2}$,	$y''+y'=5x^{2}-1$
6.	$(x+1)^{3}dy-2(y-2)^{2}dx=0$,	$y''-y'=6x+5$
7.	$xy'=y(\ln y-\ln x)$,	$y''+2y'+5y=-\sin 2x$
8.	$y\,dx-\mathrm{ctg}x\,dy=0$,	$y''-y'=x^{2}+x$
9.	$xy'+y=(x+1)e^{x}$,	$y''+3y'+2y=1-x^{2}$