

МИНИСТЕРСТВО ПО ЧРЕЗВЫЧАЙНЫМ СИТУАЦИЯМ
РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«КОМАНДНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ ИНСТИТУТ»

Кафедра пожарной аварийно-спасательной техники

ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА

Методические указания и контрольные задания по разделу
«Соппротивление материалов»
для слушателей ФЗО

Минск 2008

УДК 539.3/8(621.8) (075.8)

ББК 22.251

П75

*Рекомендовано к изданию редакционно-издательским Советом
Командно-инженерного института МЧС Республики Беларусь*

Составители:

старший преподаватель кафедры пожарной аварийно-спасательной
техники КИИ МЧС Республики Беларусь С.А. Лосик,

старший преподаватель кафедры пожарной аварийно-спасательной
техники КИИ МЧС Республики Беларусь А.С. Ковеня,

преподаватель кафедры пожарной аварийно-спасательной техники
КИИ МЧС Республики Беларусь, к.т.н. Т.М. Мартыненко.

Рецензент:

доцент кафедры теоретической и прикладной механика» БГУ, кандидат
физ.-мат. наук С.М. Босяков.

Л79 **Прикладная механика:** Методические указания и контрольные
задания по разделу «Сопротивление материалов» / Сост. С. А. Лосик,
А.С. Ковеня, Т.М. Мартыненко. - Минск: КИИ МЧС Республики
Беларусь, 2008. - стр. 49 - с.: ил.

ISBN 978-985-6839-366-1

В пособии помещены задания на расчетно-графические работы по
разделу «Сопротивление материалов» дисциплины «Прикладная механика»,
а также приведены методические указания и примеры выполнения задач,
некоторые справочные данные. Задания предназначены для слушателей ФЗО
учебных заведений Министерства по чрезвычайным ситуациям Республики
Беларусь при изучении сопротивления материалов.

УДК 539.3/8(621.8)(075.8)

ББК 22.251

ISBN 978-985-6839-366-1

© Лосик С.А., Ковеня А.С., Мартыненко Т.М.
составление, 2008

© Государственное учреждение образования
«Командно-инженерный институт» МЧС
Республики Беларусь, 2008

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	4
Требования к оформлению контрольных работ	5
Задание 1. Центральное растяжение (сжатие) ступенчатого стержня.....	7
Методические указания и пример выполнения задания №1	9
Задание 2. Расчет на кручение стального вала круглого поперечного сечения	13
Методические указания и пример выполнения задания №2.....	15
Задание 3. Плоский прямой изгиб балки постоянного поперечного сечения.	18
Методические указания и пример выполнения задания №3.....	20
Задание 4. Внецентренное растяжение (сжатие) стержня.....	23
Методические указания и пример выполнения задания №4.....	24
Задание 5. Расчет вала на кручение с изгибом.....	26
Методические указания и пример выполнения задания №5.....	29
Задание 6. Расчет плоской фермы	32
Методические указания и пример выполнения задания №6.....	34
Задание 7. Расчет плоской статически определимой рамы.....	38
Методические указания и пример выполнения задания №7.....	40
ПРИЛОЖЕНИЕ 1	45
ПРИЛОЖЕНИЕ 2	46
ПРИЛОЖЕНИЕ 3	48
Литература	49

Введение

Вторая часть курса «Прикладная механика» включает разделы «Сопротивление материалов» и «Основы строительной механики». Изучение названных разделов сопровождается выполнением ряда индивидуальных заданий (расчетно-графических работ) в виде контрольной работы слушателями заочного факультета. Слушатели заочного факультета выполняют одну контрольную работу, включающую семь заданий.

Вариант исходных данных для индивидуального задания выбирают по двум или трем последним цифрам номера зачетной книжки.

Слушатель во всех задачах выбирает номер рисунка по последней цифре шифра, а номер условия в таблице - по предпоследним одной или двум цифрам. Например, если шифр двухзначный (номер зачетной книжки «год/48») - оканчивается числом 48, то берут рис. №8 и условия в строке №4 из соответствующей таблицы; если шифр трехзначный (номер зачетной книжки «год/148») - оканчивается числом 148, то берут рис. №8 и условия в строке №14 из таблицы.

В приложениях приведены физико-механические характеристики материалов, извлечения из сортамента и некоторые другие сведения.

Примечание: Если в задаче не оговорен материал, необходимый для решения, то принять сталь ВстЗсп5, механические характеристики приведены в приложении 1. В приложениях 2 и 3 также даны некоторые характеристики профилей прокатной стали, коэффициенты продольного изгиба и формулы для вычисления интеграла Мора для простых геометрических фигур.

Требования к оформлению контрольных работ

1. Контрольную работу следует выполнять в отдельной тетради либо на листах формата А4 с полями, оставленными для замечаний рецензента. Титульный лист должен содержать: название дисциплины, фамилию, имя, отчество слушателя; название факультета и специальности; шифр зачетной книжки, дату отсылки работы, точный почтовый адрес. Страницы должны быть пронумерованы.

2. Решение каждого задания обязательно начинать с нового листа. Перед выполнением задания необходимо записать его условие, выбранные в соответствии с вариантом исходные данные, изобразить расчетную схему. Расчетная схема должна быть вычерчена в масштабе, с указанием всех размеров, числовых данных и осей, используемых в расчете. Нагрузки и расчетные схемы следует показывать в соответствии с их действительными направлениями и размерами.

3. При выполнении задания сначала надо наметить ход решения и те допущения, которые могут быть положены в его основу, а затем произвести расчет. Все необходимые вычисления по возможности сначала проделать в общем виде, обозначая все данные и искомые величины буквами, после чего вместо буквенных обозначений поставить их числовые значения и найти результат. Расчеты должны быть выполнены в определенной последовательности, теоретически обоснованы и сопровождаются пояснительным текстом.

Решение записывается подробно и аккуратно со всеми вычислениями, вспомогательными чертежами и пояснениями. При выполнении расчетов необходимо указывать литературу с отметкой страниц и таблиц, откуда взяты расчетные формулы, расчетные напряжения и другие величины.

4. Все расчеты должны производиться в единицах СИ. Эпюры необходимо вычерчивать под расчетной схемой на одной странице (или на развороте) с указанием размерностей и всех характерных координат. Вычисления следует вести с обычной в технических расчетах точностью (до одной-двух значащих цифр после запятой).

5. Выполненные контрольные работы должны быть высланы для проверки и рецензирования не позже установленного ФЗО срока.

6. После рецензирования контрольной работы, в соответствии с замечаниями рецензента, необходимо внести требуемые исправления не в тексте решения, а в конце тетради на чистых листах после заголовка «Исправления к заданию». В случае, если замечания не меняют ход решения, допускаются исправления другим цветом на обратной стороне листа.

7. В случае, если количество замечаний невелико, и ошибки, допущенные слушателем при выполнении контрольной работы, незначительны, т.е. требуется незначительная ее доработка, рецензент делает на обложке запись «К защите допускается».

В противном случае, если требуется существенно переработать контрольную работу или переписать ее заново, рецензент делает на обложке запись "К защите не допускается" (с соответствующим комментарием).

Текст рецензии может быть выполнен рецензентом на специальном бланке или на свободных листах тетради после текста контрольной работы.

8. Запрещается стирать или заклеивать отмеченные преподавателем ошибки и замечания.

9. Работы, оформленные небрежно и без соблюдения предъявляемых к ним требований, а также работы, выполненные не по своему варианту, не рассматриваются и не засчитываются, а будут возвращаться для переделки. К работе, высылаемой на повторную проверку (если она выполнена в другой тетради), должна обязательно быть приложена незачтенная работа.

Защита контрольных (расчетно-графических) работ

1. Защита контрольной или расчетно-графической работы осуществляется слушателем в устной форме в виде собеседования с преподавателем (либо письменно в виде тестирования) по теме работы, которая по результатам проверки и рецензирования допущена к защите.

2. В процессе защиты преподаватель преследует цель определить глубину знаний слушателя по теме защищаемой работы, степень овладения им практическими навыками решения задач, умением ориентироваться в кругу проблем, затронутых в работе.

3. Если в процессе защиты слушатель обнаруживает некоторую неполноту знаний или неумение самостоятельно решать некоторые из предложенных задач, назначается повторная защита.

4. В случае, если в ходе защиты выясняется отсутствие необходимого минимума знаний по теме выполненной работы, слушателю выдается новое задание и работа выполняется повторно.

Задание 1. Центральное растяжение (сжатие) ступенчатого стержня

Для стального стержня ступенчато-переменного сечения, защемленного одним концом и нагруженного сосредоточенными силами, требуется:

1. Построить эпюры продольных сил N и нормальных напряжений σ и проверить прочность (если условие прочности не выполняется, то подобрать необходимую площадь поперечного сечения).
2. Построить эпюру перемещений I .
3. Определить предельную температуру равномерного нагрева при пожаре, при которой стержень теряет несущую способность.

Исходные данные к заданию 1

Таблица 1.1

Вариант	Длина участков стержня, см				Площади поперечных сечений, см ²			Нагрузки, кН		
	L_1	L_2	L_3	L_4	A_1	A_2	A_3	P_1	P_2	P_3
0	20	30	15	35	12	18	14	100	190	150
1	30	20	20	30	14	16	18	120	180	140
2	25	30	25	15	16	14	12	140	170	180
3	35	20	30	20	18	12	16	160	150	100
4	15	15	35	25	16	18	14	180	140	110
5	25	20	30	35	14	16	18	200	130	190
6	30	35	25	15	12	14	16	190	120	150
7	20	30	25	15	14	12	18	170	110	200
8	30	20	15	25	16	18	12	150	100	190
9	15	35	20	25	18	16	14	130	200	180
10	20	25	15	30	16	14	18	110	190	170
11	25	15	30	20	14	12	16	100	180	160
12	35	20	25	15	12	18	16	110	170	150
13	35	30	25	20	14	16	12	120	160	140
14	25	35	20	30	16	14	12	190	150	130
15	20	25	15	35	18	12	16	180	140	120
16	30	20	15	25	16	18	12	170	130	100
17	15	30	20	35	14	16	18	160	120	200
18	25	20	25	30	12	14	16	150	110	190
19	30	25	15	20	18	12	14	140	100	180

Примечание к рис. 1.1: силы P_1 , P_2 и P_3 приложены либо на границе участков стержня, либо задано расстояние до точки приложения силы.

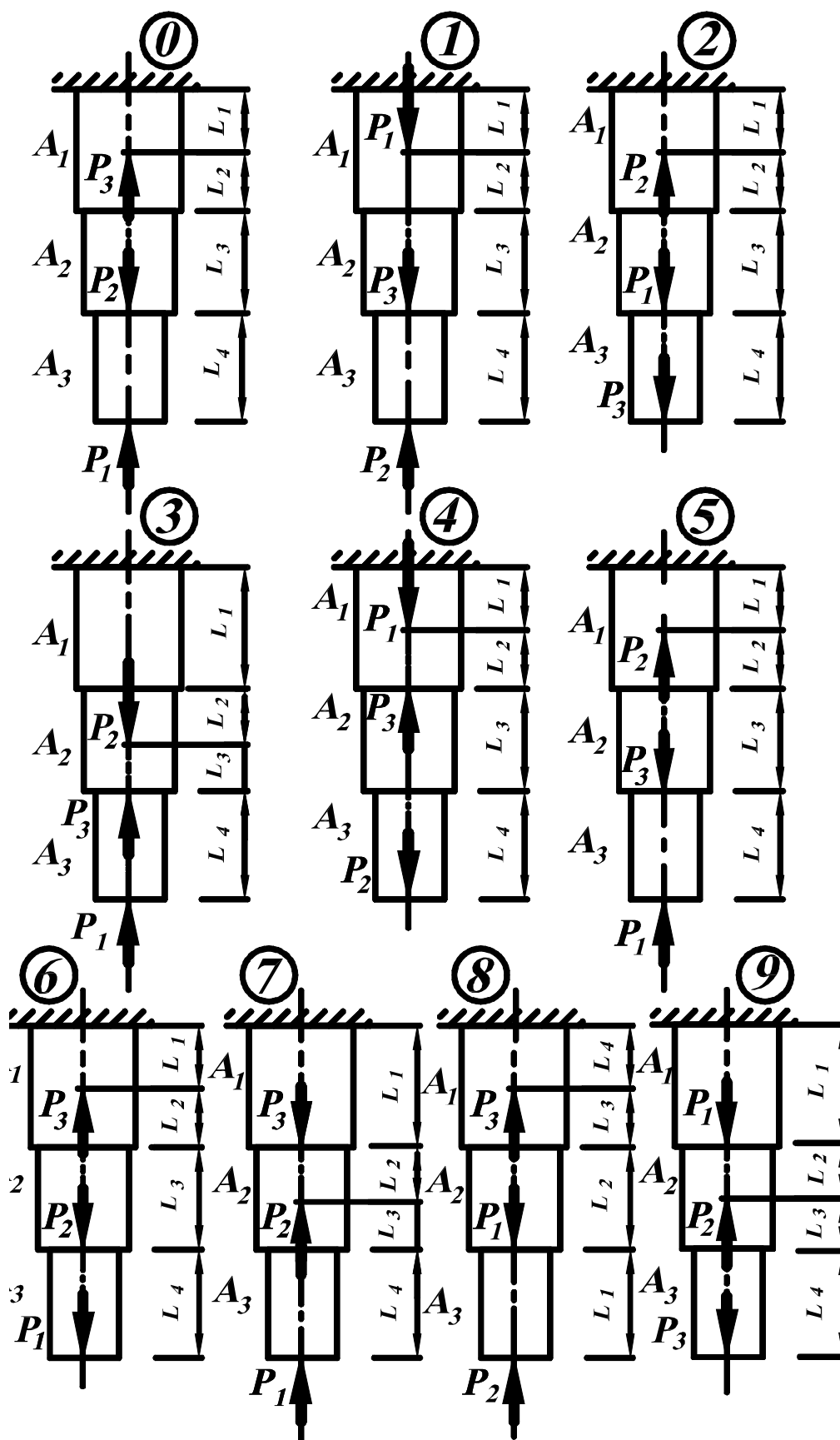


Рис. 1.1. Расчетные схемы к заданию 1

Методические указания и пример выполнения задания №1

1. Расчетная схема и условие задачи - рис. 1.2.

2. Построение эпюр N и S .

Величину продольной силы N определяем методом сечений, т.е. мысленно рассекаем стержень на участках, границами которых являются точки приложения внешних сил. Отбрасываем часть стержня с опорой, заменяем действие отброшенной части на оставшуюся неизвестной продольной силой N_z , приложенной вдоль оси z к торцу рассматриваемого стержня.

Последовательно составляем уравнения равновесия для отсеченных частей (от свободного конца к опоре), которые нагружены внешними силами и внутренней силой N_z (рис. 1.3).

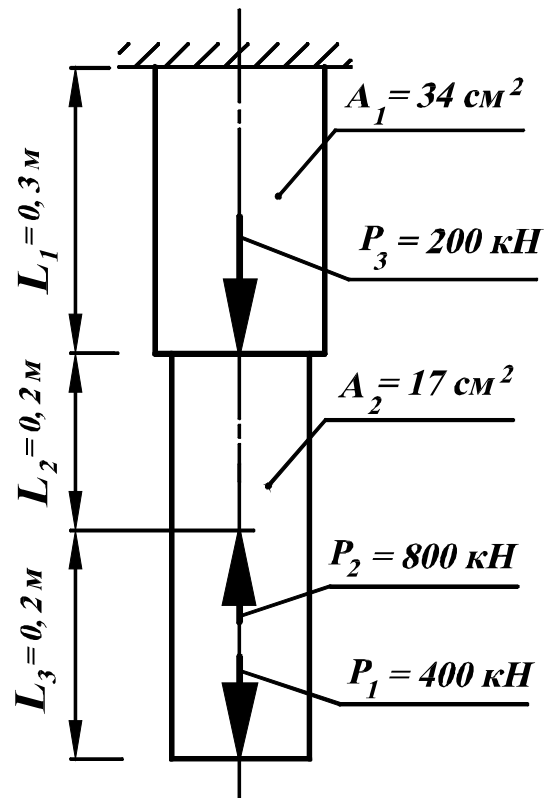


Рис. 1.2. Расчетная схема

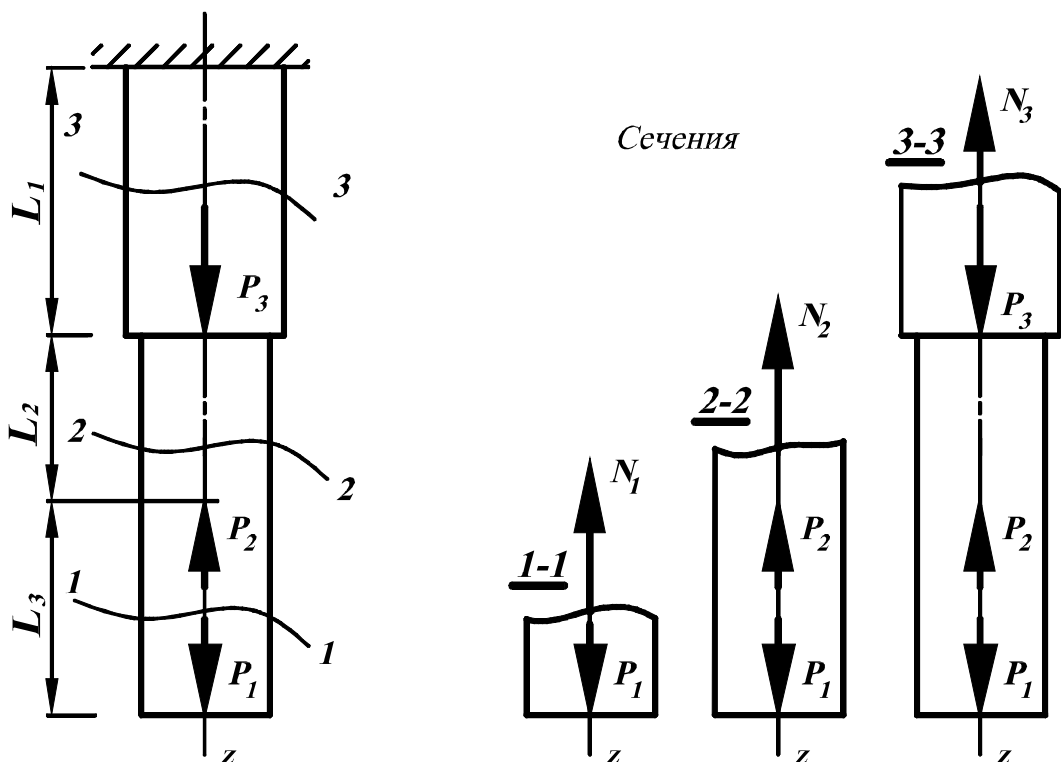


Рис. 1.3. Расчетные схемы для определения продольных сил

Внешнюю продольную силу считаем положительной, если она вызывает растяжение, т. е. направлена от сечения, и отрицательной, если она вызывает сжатие, т. е. направлена к сечению.

Сечение 1-1:

$$\sum F_{iz} = 0; \quad P_1 - N_1 = 0, \Rightarrow N_1 = P_1 = 400 \text{ кН};$$

$$\sigma_1 = 400 \cdot 10^3 / 17 \cdot 10^{-4} = 235 \cdot 10^6 \text{ Па} = 235 \text{ МПа}.$$

Сечение 2-2:

$$\sum F_{iz} = 0; \quad P_1 - P_2 - N_2 = 0, \Rightarrow N_2 = P_1 - P_2 = 400 - 800 = -400 \text{ кН};$$

$$\sigma_2 = -400 \cdot 10^3 / 17 \cdot 10^{-4} = -235 \cdot 10^6 \text{ Па} = -235 \text{ МПа}.$$

Сечение 3-3:

$$\sum F_{iz} = 0; \quad P_1 - P_2 + P_3 - N_3 = 0, \Rightarrow$$

$$N_3 = P_1 - P_2 + P_3 = 400 - 800 + 200 = -200 \text{ кН};$$

$$\sigma_3 = -200 \cdot 10^3 / 17 \cdot 10^{-4} = -118 \cdot 10^6 \text{ Па} = -118 \text{ МПа}.$$

По результатам расчета внутренних сил и напряжений строим эпюры N и σ . Для этого проводим прямую, параллельную оси стержня и откладываем перпендикулярно к ней в выбранном масштабе полученные значения внутренних сил, растягивающие - вправо, сжимающие - влево. Построенные таким образом эпюры штрихуем тонкими линиями перпендикулярно к оси стержня (рис. 1.4).

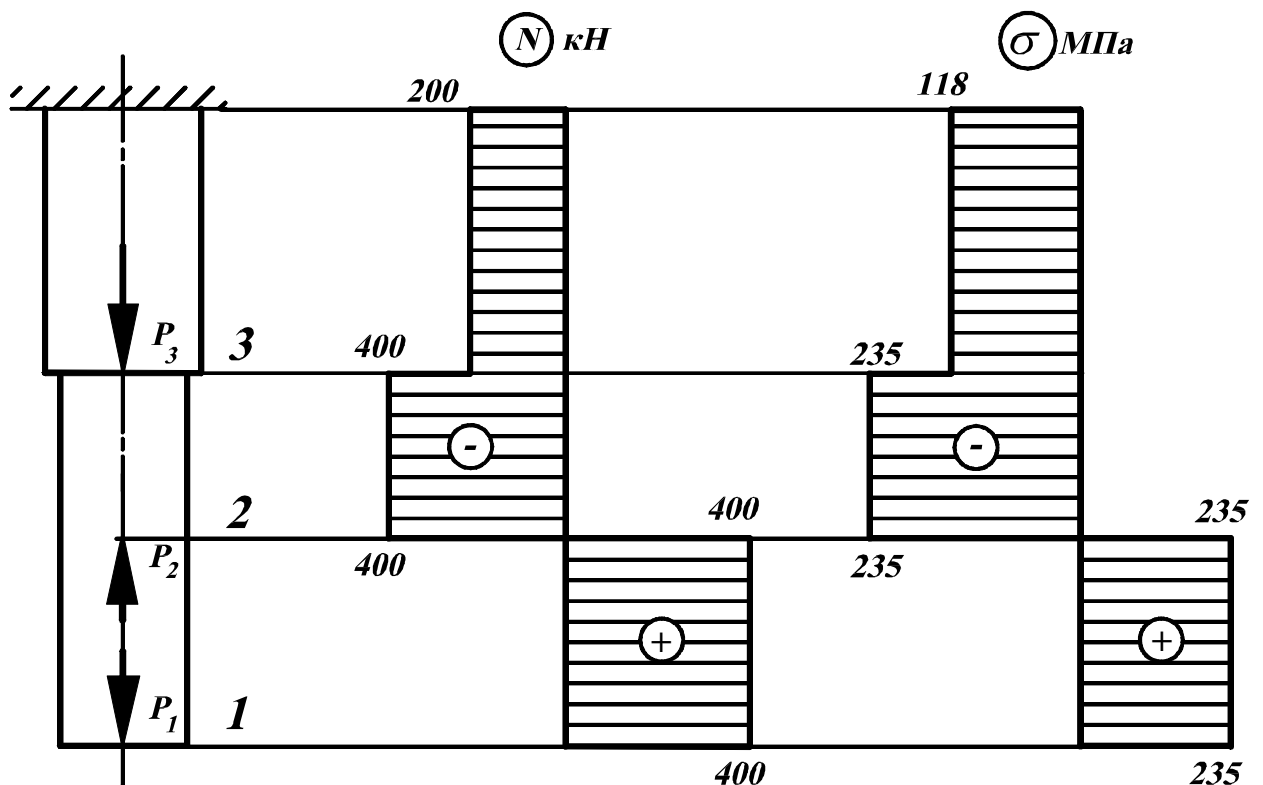


Рис. 1.4. Эпюры продольных сил N и нормальных напряжений σ

3. Проверка прочности стержня.

Условие прочности: $s_{max} \leq R_y$, где R_y - расчетное сопротивление. Значение максимального напряжения возьмем из эпюры (рис.1.4) $s_{max} = 235$ МПа. Поскольку материал стержня по условию задачи не задан, принимаем сталь **Ст 3сп**, для которой $R_y = 240$ МПа и модуль упругости $E = 200$ ГПа (приложение 1).

Таким образом, условие прочности $s_{max}=235$ МПа $\leq R_y =240$ МПа выполняется.

4. Построение эпюры перемещений I .

Удлинение стержня DL , состоящего из n участков, на каждом из которых $N = const$, определяется по следующей формуле:

$$\Delta L = \sum_{i=1}^n \frac{N_i L_i}{E_i A_i};$$

где N_i - продольная сила i -го участка;

L_i - длина i -го участка стержня;

$E_i A_i$ - жесткость сечения i -го участка стержня при растяжении (сжатии).

Перемещение какого-либо сечения стержня равно удлинению части стержня, заключенной между заделкой и заданным сечением (в заделке перемещение равно нулю). Так, соответственно, для сечений рассматриваемого стержня (рис. 1.4), перемещения будут равны:

$$I_3 = \Delta L_3;$$

$$I_2 = \Delta L_3 + \Delta L_2;$$

$$I_1 = \Delta L_3 + \Delta L_2 + \Delta L_1.$$

Определим численные значения удлинения каждого участка, учитывая знак силы N :

$$\Delta L_3 = \frac{N_3 L_1}{E_1 A_1} = \frac{(-200 \cdot 10^3) \cdot 0,3}{200 \cdot 10^9 \cdot 34 \cdot 10^{-4}} = -0,09 \cdot 10^{-3} \text{ м};$$

$$\Delta L_2 = \frac{N_2 L_2}{E_2 A_2} = \frac{(-400 \cdot 10^3) \cdot 0,2}{200 \cdot 10^9 \cdot 17 \cdot 10^{-4}} = -0,24 \cdot 10^{-3} \text{ м};$$

$$\Delta L_1 = \frac{N_1 L_3}{E_2 A_2} = \frac{400 \cdot 10^3 \cdot 0,2}{200 \cdot 10^9 \cdot 17 \cdot 10^{-4}} = 0,24 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

Соответственно перемещения будут равны:

$$I_3 = \Delta L_3 = -0,09 \cdot 10^{-3} \text{ м};$$

$$I_2 = \Delta L_3 + \Delta L_2 = (-0,09 - 0,24) \cdot 10^{-3} = -0,33 \cdot 10^{-3} \text{ м};$$

$$I_1 = \Delta L_3 + \Delta L_2 + \Delta L_1 = (-0,09 - 0,24 + 0,24) \cdot 10^{-3} = -0,09 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

По полученным значениям строим эпюру перемещений участков стержня (рис. 1.5).

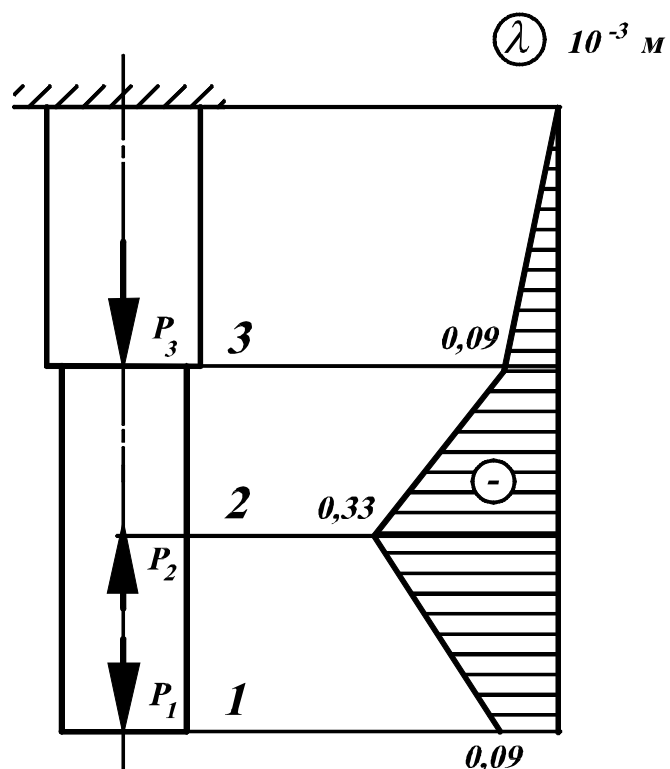


Рис. 1.5. Эпюра перемещений участков стержня

5. Определение предельной температуры равномерного нагрева стержня при пожаре.

Стержень теряет несущую способность тогда, когда при увеличении температуры t предел текучести снизится настолько, что станет равным $[s_{\max}]$. В нашем случае $[s_{\max}] = 235 \text{ МПа}$. По графику (приложение 1) определяем предельную температуру нагрева t_{np} , °С.

Несущая способность данного стержня в условиях пожара теряется при нагреве до $t_{np} = 270 \text{ °С}$.

Задание 2. Расчет на кручение стального вала круглого поперечного сечения

Для стального вала круглого поперечного сечения, нагруженного скручивающими моментами и вращающегося с постоянной угловой скоростью, требуется:

1. Построить эпюру крутящих моментов M_k и из условия прочности подобрать диаметр, округлив до большего ближайшего значения из ряда размеров (в мм): 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110, 125, 140, 180, 200, 220, 250.
2. Построить эпюру углов закручивания j .
3. В поперечном сечении с максимальным крутящим моментом построить эпюру напряжений; в точке, расположенной в этом сечении на поверхности вала, вычислить главные напряжения.
4. Определить предельную температуру равномерного нагрева при пожаре, при которой вал теряет несущую способность.

Исходные данные к заданию 2

Таблица 2.1

Номер строки	Длины, м			M, кН·м
	L ₁	L ₂	L ₃	
0	0,2	0,5	0,3	6
1	0,3	0,4	0,5	14
2	0,4	0,3	0,5	7
3	0,5	0,2	0,4	12
4	0,1	0,5	0,3	8
5	0,2	0,4	0,3	11
6	0,3	0,4	0,5	9
7	0,4	0,3	0,2	10
8	0,3	0,2	0,5	13
9	0,2	0,3	0,5	12
10	0,1	0,2	0,5	14
11	0,5	0,2	0,4	7
12	0,4	0,3	0,2	12
13	0,3	0,5	0,1	9
14	0,2	0,5	0,1	12
15	0,1	0,4	0,3	8
16	0,2	0,4	0,3	14
17	0,3	0,2	0,4	8
18	0,4	0,2	0,3	7
19	0,5	0,3	0,1	7

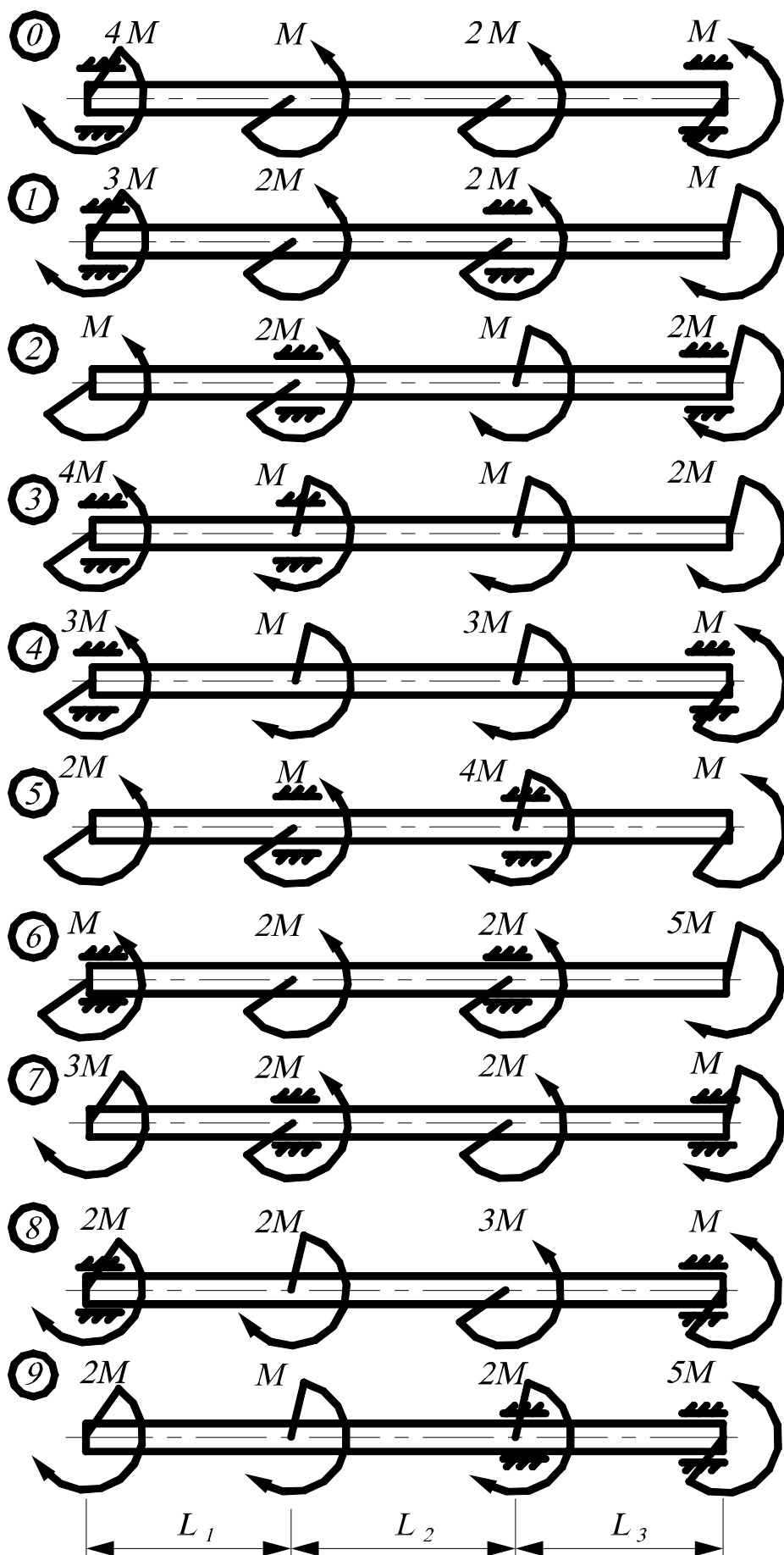


Рис. 2.1. Расчетные схемы к заданию 2

Методические указания и пример выполнения задания №2

1. Расчетная схема и условие задания – рис. 2.2.

L_1	м	0,4
L_2	м	0,2
L_3	м	0,3
M	кН·м	9

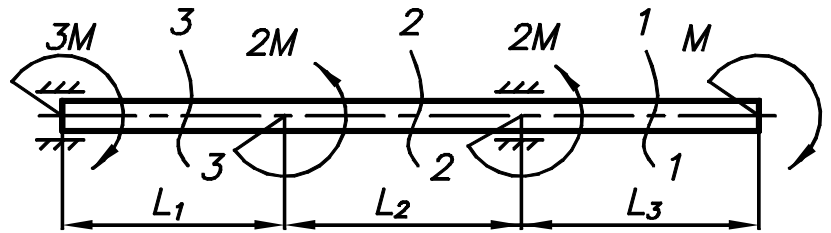


Рис. 2.2. Расчетная схема и условие задания

2. Построение эпюры крутящих моментов.

Для определения крутящего момента в поперечном сечении вала воспользуемся методом сечений. Крутящий момент M_k в поперечных сечениях определяется по участкам, причем границами участков являются сечения, в которых приложены внешние скручивающие моменты. При этом крутящий момент считаем положительным, если, глядя на сечение, мы видим M_k направленным по часовой стрелке.

Сечение 1-1: $\sum M_z = 0 \Rightarrow M_{k1} + M = 0 \Rightarrow M_{k1} = -M = -9 \text{ кН} \cdot \text{м};$

Сечение 2-2: $\sum M_z = 0 \Rightarrow M_{k2} + M - 2M = 0 \Rightarrow M_{k1} = M = 9 \text{ кН} \cdot \text{м};$

Сечение 3-3: $\sum M_z = 0 \Rightarrow M_{k3} + M - 2M - 2M = 0 \Rightarrow M_{k1} = 3M = 27 \text{ кН} \cdot \text{м}.$

По полученным значениям M_k строим эпюру крутящих моментов (рис.2.3).

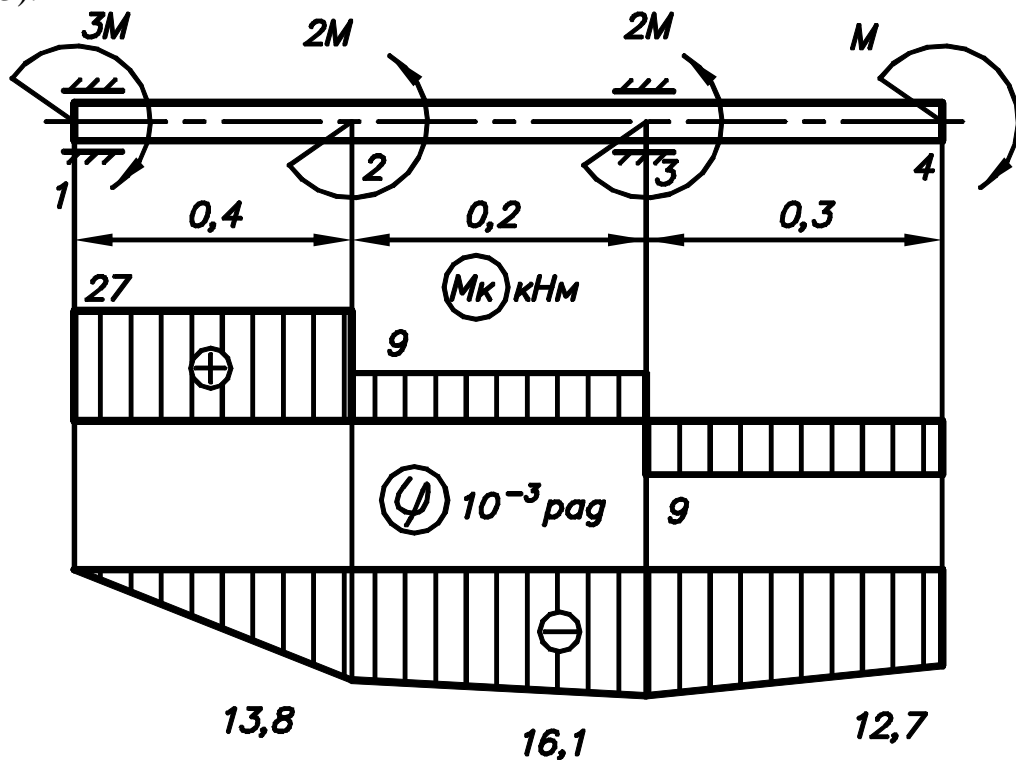


Рис. 2.3. Эпюры крутящих моментов и углов закручивания

3. Подбор диаметра вала.

Условие прочности при кручении: $|t_{\max}| = \frac{|M_k|_{\max}}{W_p} \leq [t] = R_s$, где

$R_s=139$ МПа – расчетное сопротивление сдвигу (приложение 1). Для круглого сечения $W_p = \pi d^3 / 16 = 0,2 d^3$.

Тогда из условия прочности имеем:

$$d = \sqrt[3]{\frac{|M_k|_{\max}}{0,2 \cdot R_s}} = \sqrt[3]{\frac{27000}{0,2 \cdot 139 \cdot 10^6}} = 0,099 \text{ м.}$$

Округляя до большего стандартного размера, получим $d = 100$ мм.

4. Построение эпюры взаимных углов поворота.

Взаимный угол поворота любого сечения определяется относительно какого-либо сечения, которое условно считается неподвижным. При этом он подсчитывается как сумма углов поворота участков вала, расположенных между этими сечениями:

$$j = \sum j_i; j_i = \frac{M_{ki} \cdot L_i}{G \cdot I_{pi}}, \text{ где}$$

φ_i – взаимный угол поворота крайних сечений i -го участка; M_{ki} – крутящий момент на i -м участке вала; L_i – длина i -го участка; I_{pi} – полярный момент инерции i -го сечения; $G=80$ ГПа – модуль упругости второго рода, или модуль сдвига.

$$I_p = \frac{p \cdot d^4}{32} = \frac{3,14 \cdot 0,1^4}{32} = 0,98 \cdot 10^{-5} \text{ м}^4;$$

Углы φ будем считать положительными, если при взгляде слева направо вдоль оси вала внешний момент поворачивает сечение по часовой стрелке. Примем поворот левого сечения равным нулю, то есть $\varphi_o = 0$. Отсюда получим:

$$j_1 = j_o + \frac{M_{k3} \cdot L_1}{G \cdot I_p} = 0 - \frac{27000 \cdot 0,4}{80 \cdot 10^9 \cdot 0,98 \cdot 10^{-5}} = -13,8 \cdot 10^{-3} \text{ рад};$$

$$j_2 = j_1 + \frac{M_{k2} \cdot L_2}{G \cdot I_p} = -13,8 \cdot 10^{-3} - \frac{9000 \cdot 0,2}{80 \cdot 10^9 \cdot 0,98 \cdot 10^{-5}} = -16,1 \cdot 10^{-3} \text{ рад};$$

$$j_3 = j_2 + \frac{M_{k1} \cdot L_3}{G \cdot I_p} = -16,1 \cdot 10^{-3} + \frac{9000 \cdot 0,3}{80 \cdot 10^9 \cdot 0,98 \cdot 10^{-5}} = -12,7 \cdot 10^{-3} \text{ рад}.$$

По полученным данным строим эпюру взаимных углов поворота поперечных сечений вала.

5. Построение эпюры напряжений и определение главных напряжений для точки, лежащей на поверхности сечения с максимальным крутящим моментом.

Максимальный крутящий момент в нашем случае наблюдается в сечении 2, $M_{kmax} = 27$ кНм. Для определения наибольшего касательного напряжения воспользуемся формулой:

$$t_{max} = \frac{|M_k|_{max}}{W_p}, \text{ где } W_p - \text{ полярный}$$

момент сопротивления при кручении, для сечения в форме круга $W_p = \pi d^3 / 16$, поэтому

$$t_{max} = \frac{|M_k|_{max}}{W_p} = \frac{27000 \cdot 16}{3,14 \cdot 0,1^3} = 137,6 \cdot 10^6 \text{ Па}.$$

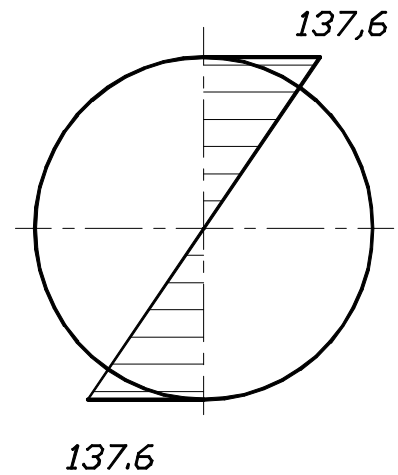


Рис. 2.4. Напряжения в поперечном сечении

В точках бруса работающего только на кручение, возникает плоское напряженное состояние – чистый сдвиг. Главные напряжения имеют следующие значения:

$$\sigma_1 = -\sigma_3 = t_{max} = 137,6 \text{ МПа}; \sigma_2 = 0.$$

6. Определение предельной температуры равномерного нагрева вала при пожаре.

При пожаре вследствие нагрева снижается предел текучести стали при сдвиге τ_T . Условием определения предела текучести является зависимость:

$$t_{max} = \frac{|M_k|_{max}}{W_p^{nl}} = t(t_{np}), \text{ где } W_p^{nl} - \text{ пластический полярный момент}$$

сопротивления при кручении, для сечения в форме круга $W_p^{nl} = \pi d^3 / 12$, поэтому

$$t_T(t) = \frac{|M_k|_{max}}{W_p^{nl}} = \frac{27000 \cdot 12}{3,14 \cdot 0,1^3} = 103,2 \cdot 10^6 \text{ Па}.$$

Для заданной марки стали $t_{np} = 340^\circ\text{C}$ (приложение 1).

Задание 3. Плоский прямой изгиб балки постоянного поперечного сечения.

Для стальной балки постоянного поперечного сечения, нагруженной внешней нагрузкой, требуется:

1. Построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов.
2. Из условия прочности по нормальным напряжениям подобрать сечение в виде двутавра.
3. Определить предельную температуру равномерного нагрева при пожаре, при которой балка теряет несущую способность.

Исходные данные к заданию 3

Таблица 3

Номер строки	L, м	P, кН	q, кН/м	M, кН·м
0	5,0	50	20	35
1	4,8	55	25	90
2	4,6	60	30	40
3	4,4	65	35	85
4	4,0	70	40	45
5	5,0	75	45	80
6	5,2	80	50	50
7	5,4	85	55	75
8	5,6	90	60	55
9	5,8	95	55	70
10	6,0	100	50	65
11	5,8	105	45	60
12	5,6	90	40	65
13	5,4	95	50	50
14	5,2	100	55	70
15	4,2	60	60	45
16	4,4	65	20	75
17	4,6	70	25	45
18	4,0	95	30	65
19	4,2	100	35	40

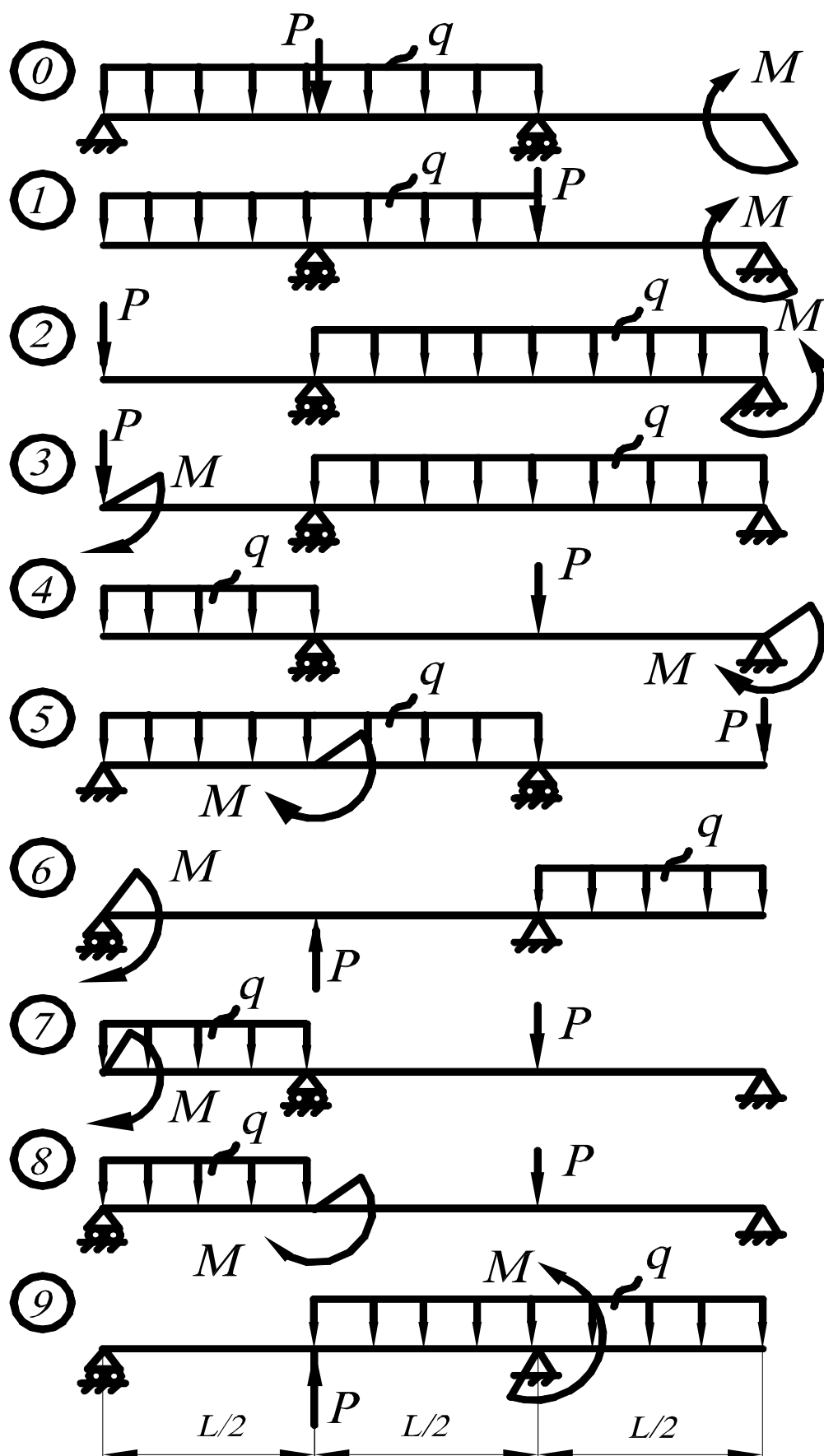


Рис. 3.1. Расчетные схемы к заданию 3

Методические указания и пример выполнения задания №3

1. Расчетная схема и условие задания.

L	м	5
P	кН	100
q	кН/м	55
M	кН·м	80

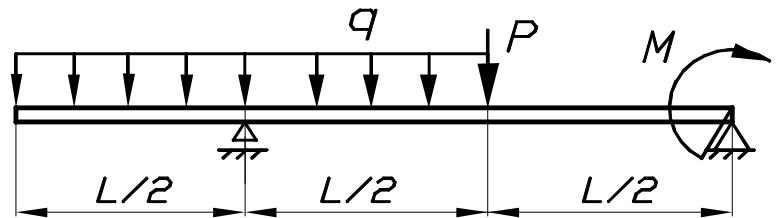


Рис. 3.2. Расчетные схемы к заданию 3

2. Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов.

Значения опорных реакций найдем из уравнений равновесия:

$$\Sigma M_A = 0; P \cdot 2,5 + M - R_B \cdot 5 = 0 \Rightarrow R_B = (100 \cdot 2,5 + 80) / 5 = 66 \text{ кН};$$

$$\Sigma M_B = 0; -P \cdot 2,5 + M - q \cdot 5 \cdot 5 + R_A \cdot 5 = 0 \Rightarrow$$

$$R_A = (100 \cdot 2,5 - 80 + 55 \cdot 5 \cdot 5) / 5 = 309 \text{ кН}.$$

Проверка:

$$\Sigma Y = 0; -P - q \cdot 5 + R_A + R_B = -100 - 55 \cdot 5 + 309 + 66 = 0.$$

Для построения эпюр Q и M разбиваем балку на участки (используя метод сечений) и поочередно рассматриваем равновесие каждого участка. Поперечные силы считаем положительными, если они направлены относительно сечения по часовой стрелке; изгибающие моменты считаем положительными, если они направлены относительно сечения вверх.

Участок **BC**: $0 \leq z_1 \leq 2,5 \text{ м}$

$$Q_1 = -R_B = -66 \text{ кН};$$

$$M_1 = -M + R_B \cdot z_1; M_1|_{z_1=0} = -80 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_1|_{z_1=2,5} = -80 + 66 \cdot 2,5 = 85 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Участок **OA**: $0 \leq z_2 \leq 2,5 \text{ м}$

$$Q_2 = -q \cdot z_2; Q_2|_{z_2=0} = 0; Q_2|_{z_2=2,5} = -55 \cdot 2,5 = -137,5 \text{ кН};$$

$$M_2 = -q \cdot z_2^2 / 2; M_2|_{z_2=0} = 0; M_2|_{z_2=2,5} = -55 \cdot 2,5^2 / 2 = -171,9 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

Участок **AC**: $2,5 \text{ м} \leq z_3 \leq 5 \text{ м}$

$$Q_3 = R_A - q \cdot z_2; Q_3|_{z_3=2,5} = 309 - 55 \cdot 2,5 = 171,5 \text{ кН};$$

$$Q_3|_{z_3=5} = 309 - 55 \cdot 5 = 34 \text{ кН};$$

$$M_3 = R_A \cdot (z_3 - 2,5) - q \cdot z_3^2 / 2; M_3|_{z_3=2,5} = 309(2,5 - 2,5) - 55 \cdot 2,5^2 / 2 = 171,9 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_3|_{z_3=5} = 309(5 - 2,5) - 55 \cdot 5^2 / 2 = 85 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

По полученным данным строим эпюры поперечных сил и изгибающих моментов. Если эпюра поперечных сил пересекает нулевую линию, то в данной точке будет находиться экстремум на эпюре моментов. В таком случае необходимо определить расстояние до точки пересечения поперечной силой нулевой линии и экстремальное значение момента в данной точке.

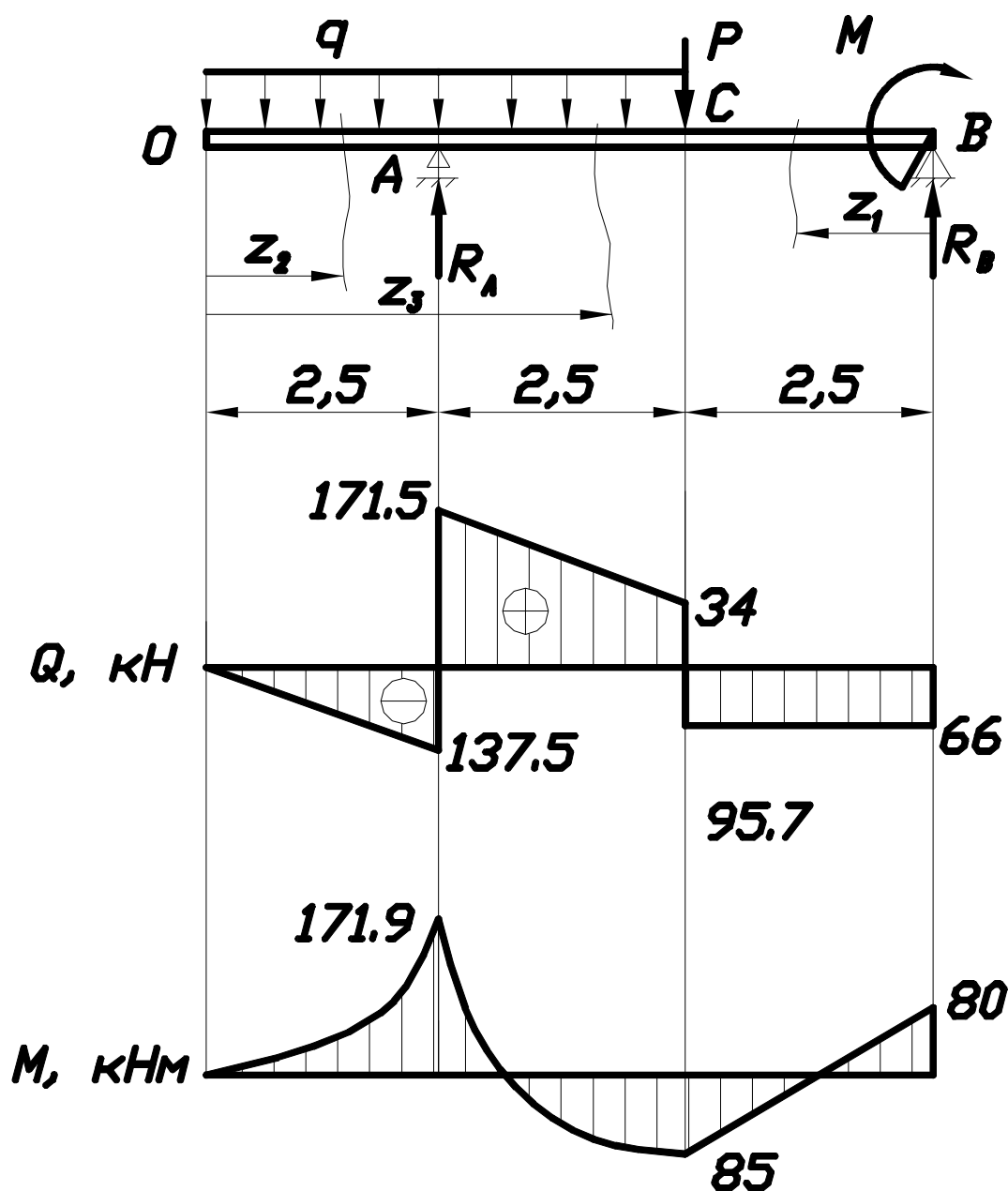


Рис. 3.3. Эпюры поперечных сил и изгибающих моментов

3. Подбор сечения двутавровой балки.

Условие прочности при изгибе: $\sigma_{max} = IM_{max}/W_x \leq R_Y$, где

$R_Y = 240$ МПа – расчетное сопротивление материала балки (прилож. 1).

В нашем случае $M_{max} = 171,9$ кНм. Тогда требуемый момент сопротивления балки:

$$W_x \geq \frac{|M|_{max}}{R_y} = \frac{171900}{240 \cdot 10^6} = 0,716 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3.$$

Из таблицы прокатных профилей выбираем двутавр №36 с $W_x = 743 \text{ см}^3$.

Фактическое значение $\sigma_{max} = IM_{max}/W_x = 171900/743 = 231,4 \text{ МПа} \leq R_Y$.

Условие прочности выполнено.

4. Определение предельной температуры равномерного нагрева балки при пожаре.

Потеря несущей способности при изгибе с повышением температуры t происходит вследствие образования в опасном сечении балки пластического шарнира. Условие образования пластического шарнира: $IM_{max}I = \sigma_T(t_{np}) \cdot W_{nl}$ где

$W_{nl} = 2S_x$ – пластический момент сопротивления балки при изгибе; S_x – статический момент полусечения относительно нейтральной оси; для двутавра №36 $S_x = 423 \text{ см}^3$.

$$\text{Тогда } \sigma_T(t_{np}) = \frac{|M|_{\max}}{W_{nl}} = \frac{171900}{2 \cdot 423 \cdot 10^{-6}} = 203,2 \text{ МПа}.$$

По графику (прилож. 1) определяем предельную температуру равномерного нагрева балки при пожаре $t_{np} = 290 \text{ °C}$.

Задание 4. Внецентренное растяжение (сжатие) стержня

Для короткого стального стержня двутаврового сечения, сжимаемого (растягиваемого) продольной силой F , приложенной внецентренно, требуется (рисунок для всех вариантов 4.1):

1. Найти положение нейтральной линии.
2. Из условия прочности по нормальным напряжениям найти максимально допустимую величину силы F (найденное значение округлить в меньшую сторону до целого числа в кН).
3. Построить эпюру нормальных напряжений σ в поперечном сечении стержня.

Исходные данные к заданию 4

Таблица 4

Номер строки	X_F/b	Y_F/h	Направление силы F	Сечение двутавра №
0	0,50	-0,50	+	12
1	-0,45	0,49	-	14
2	0,40	-0,48	+	16
3	-0,35	0,47	-	18
4	0,30	-0,46	+	20
5	-0,25	0,45	-	22
6	-0,30	0,46	+	24
7	0,35	-0,47	-	27
8	-0,40	0,48	+	30
9	0,45	-0,49	-	33
10	-0,25	0,48	-	36
11	0,30	-0,47	+	40
12	-0,50	0,46	-	45
13	0,45	0,50	+	50
14	-0,40	0,49	-	30
15	0,35	-0,47	+	12
16	-0,50	0,45	-	14
17	0,45	-0,50	+	18
18	-0,30	0,46	-	20
19	0,35	0,47	+	40

Примечание: (+) - сила F растягивает стержень; (-) - сжимает.

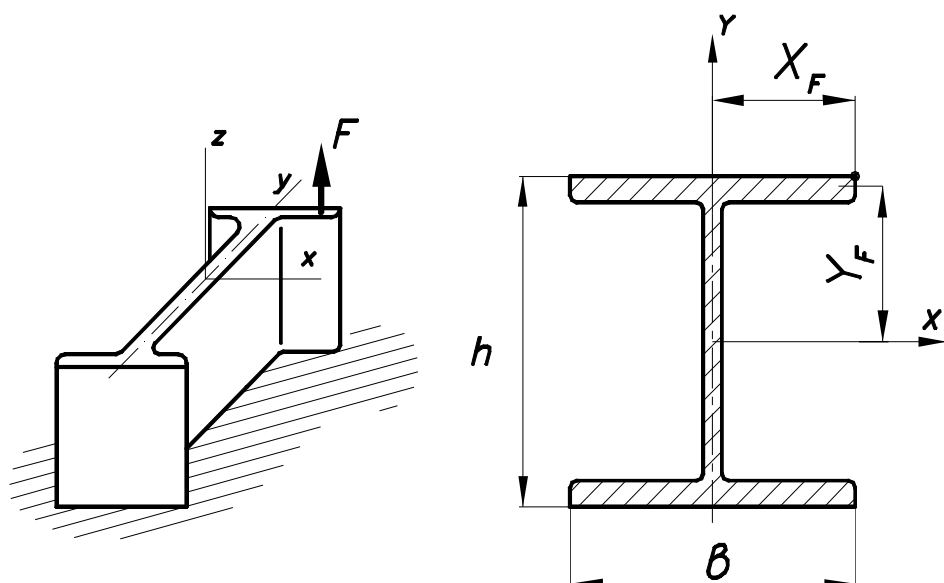


Рис. 4.1. Расчетная схема к заданию 4

Методические указания и пример выполнения задания №4

1. Расчетная схема и условие задачи – рис.4.2.

X_F/b	Y_F/h	Направление силы F	Сечение двутавра №
0.5	0,5	«+» - растяжение	12

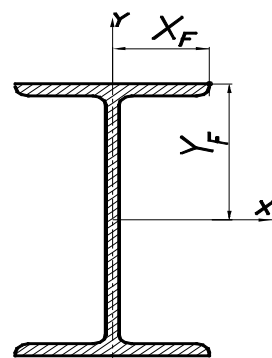


Рис. 4.2. Расчетная схема

Из сортамента прокатной стали выписываем для двутавра №12 (прилож. 2) по ГОСТ 8239-72: $h=120$ мм; $b=64$ мм; $A=14,7$ см²; $I_x=350$ см⁴; $I_y=27,9$ см⁴.

2. Определение положения нейтральной линии.

Определяем координаты точки приложения силы F:

$$X_F = 0,5 \cdot b = 0,5 \cdot 64 = 32 \text{ мм}; \quad Y_F = 0,5 \cdot h = 0,5 \cdot 120 = 60 \text{ мм};$$

Отрезки отсекаемые нейтральной линией $n - n$ на осях координат, определяем по формулам:

$$a_x = -\frac{I_y}{A \cdot X_F} = -\frac{27,9 \cdot 10^{-8}}{14,7 \cdot 10^{-4} \cdot 0,032} = -0,006 \text{ м};$$

$$a_y = -\frac{I_x}{A \cdot Y_F} = -\frac{350 \cdot 10^{-8}}{14,7 \cdot 10^{-4} \cdot 0,06} = -0,04 \text{ м}.$$

По полученным значениям нанесем нейтральную линию. Опасными будут точка **1**(-0,032;-0,06) в сжатой зоне и точка **2**(0,032; 0,06) в растянутой зоне.

3. Определение максимально допустимой силы **F**.

Так как материал стержня пластичный ($R_t=R_c=R_y=240$ МПа, условие прочности примет вид: $|S_{\max}| \leq R_y$.

Наиболее удаленной от нейтральной линии является точка **1**. Условие прочности для нее:

$$|S_{\max}| = |S_2| = \left| F \cdot \left(\frac{1}{A} + \frac{X_F \cdot X_2}{I_y} + \frac{Y_F \cdot Y_2}{I_x} \right) \right| \leq R_y; \text{откуда}$$

$$|F| \leq \frac{R_y}{\left| \frac{1}{A} + \frac{X_F \cdot X_2}{I_y} + \frac{Y_F \cdot Y_2}{I_x} \right|} = \frac{240 \cdot 10^6}{\left| \frac{1}{14,7 \cdot 10^{-4}} + \frac{0,032 \cdot 0,032}{27,9 \cdot 10^{-8}} + \frac{0,06 \cdot 0,06}{350 \cdot 10^{-8}} \right|} = 44 \cdot 10^3 \text{ Н.}$$

4. Построение эпюры σ .

Нормальные напряжения в максимально удаленных от нейтральной линии точках сечений определим по формуле:

$$S_1 = F \cdot \left(\frac{1}{A} + \frac{X_F \cdot X_1}{I_y} + \frac{Y_F \cdot Y_1}{I_x} \right) = 44 \cdot 10^3 \cdot \left(\frac{1}{14,7 \cdot 10^{-4}} - \frac{0,032 \cdot 0,032}{27,9 \cdot 10^{-8}} - \frac{0,06 \cdot 0,06}{350 \cdot 10^{-8}} \right) =$$

$$= -180,8 \text{ МПа};$$

$$S_2 = F \cdot \left(\frac{1}{A} + \frac{X_F \cdot X_2}{I_y} + \frac{Y_F \cdot Y_2}{I_x} \right) = 44 \cdot 10^3 \cdot \left(\frac{1}{14,7 \cdot 10^{-4}} + \frac{0,032 \cdot 0,032}{27,9 \cdot 10^{-8}} + \frac{0,06 \cdot 0,06}{350 \cdot 10^{-8}} \right) =$$

$$= 238,9 \text{ МПа.}$$

По полученным значениям строим эпюру σ (рис. 4.3).

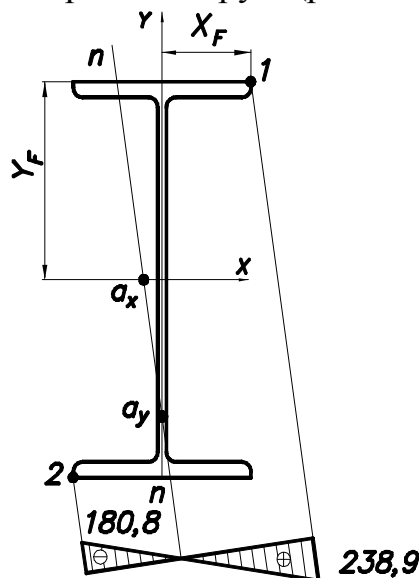


Рис. 4.3. Положение нейтральной линии и эпюра σ

Задание 5. Расчет вала на кручение с изгибом

На стальной вал ременной передачи постоянного кругового сечения, вращающийся с частотой n , посажены три шкива. Шкив с диаметром D_1 и углом наклона ветвей к горизонту α_1 передает мощность P поровну двум шкивам диаметрами D_2 и углами наклона ветвей ремня к горизонту α_2 . Требуется:

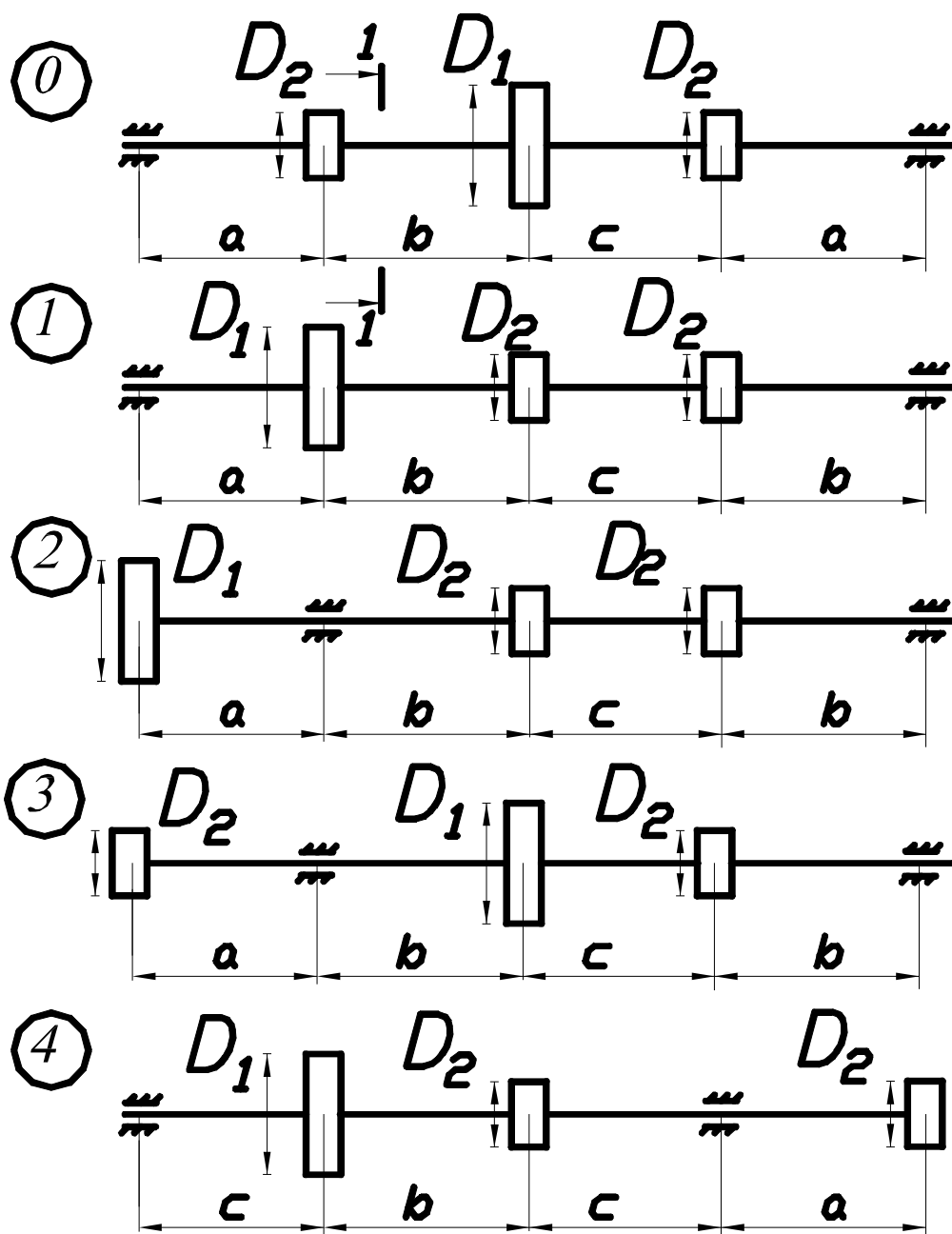
1. По заданным P и n определить моменты, приложенные к шкивам.
2. Построить эпюру крутящих моментов M_z .
3. По найденным моментам и заданным диаметрам шкивов D_1 и D_2 определить окружные усилия t_1 и t_2 , действующие на шкивы.
4. Определить давления на вал, принимая их равными трем окружным усилиям $F_1=3t_1$; $F_2=3t_2$.
5. Определить вертикальные и горизонтальные составляющие сил F_1 и F_2 , построить эпюры изгибающих моментов от горизонтальных сил – M_y и от вертикальных сил M_x .
6. Построить эпюру суммарных изгибающих моментов $M_{изг}$.
7. Определить из расчета на прочность диаметр вала.

Примечание: материал вала - сталь 40Х; $[\sigma]=80$ МПа; трением в опорах пренебречь.

Исходные данные к заданию 5

Таблица 5.1

Номер строки	P , кВт	n , об/мин	a , м	b , м	c , м	D_1 , м	D_2 , м	α_1 , град	α_2 , град
0	100	1000	0,20	0,40	0,80	0,8	0,6	45	30
1	105	1100	0,30	0,45	0,75	0,7	0,5	30	45
2	110	1200	0,40	0,50	0,70	0,6	0,4	0	45
3	115	1100	0,50	0,40	0,65	0,5	0,6	60	30
4	120	1000	0,60	0,45	0,55	0,8	0,7	30	60
5	125	1100	0,70	0,35	0,50	0,8	0,6	30	45
6	130	1200	0,80	0,30	0,40	0,7	0,5	60	0
7	135	1200	0,75	0,25	0,45	0,6	0,4	45	60
8	140	1300	0,65	0,30	0,50	0,6	0,5	0	45
9	145	1400	0,55	0,35	0,55	0,7	0,6	45	30
10	150	1300	0,45	0,40	0,50	0,8	0,7	30	0
11	155	1200	0,40	0,60	0,70	0,5	0,4	0	45
12	160	1300	0,35	0,80	0,55	0,7	0,6	60	45
13	165	1400	0,30	0,60	0,40	0,8	0,4	30	0
14	170	1500	0,25	0,50	0,45	0,6	0,5	45	0
15	175	1600	0,20	0,60	0,45	0,4	0,3	0	30
16	180	1700	0,30	0,70	0,55	0,5	0,4	45	60
17	185	1600	0,35	0,75	0,40	0,6	0,5	30	45
18	190	1700	0,40	0,65	0,70	0,6	0,4	60	30
19	195	1800	0,45	0,80	0,60	0,5	0,3	30	60



Сечение 1-1

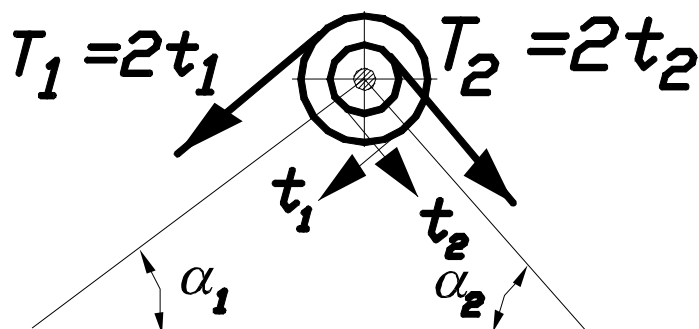
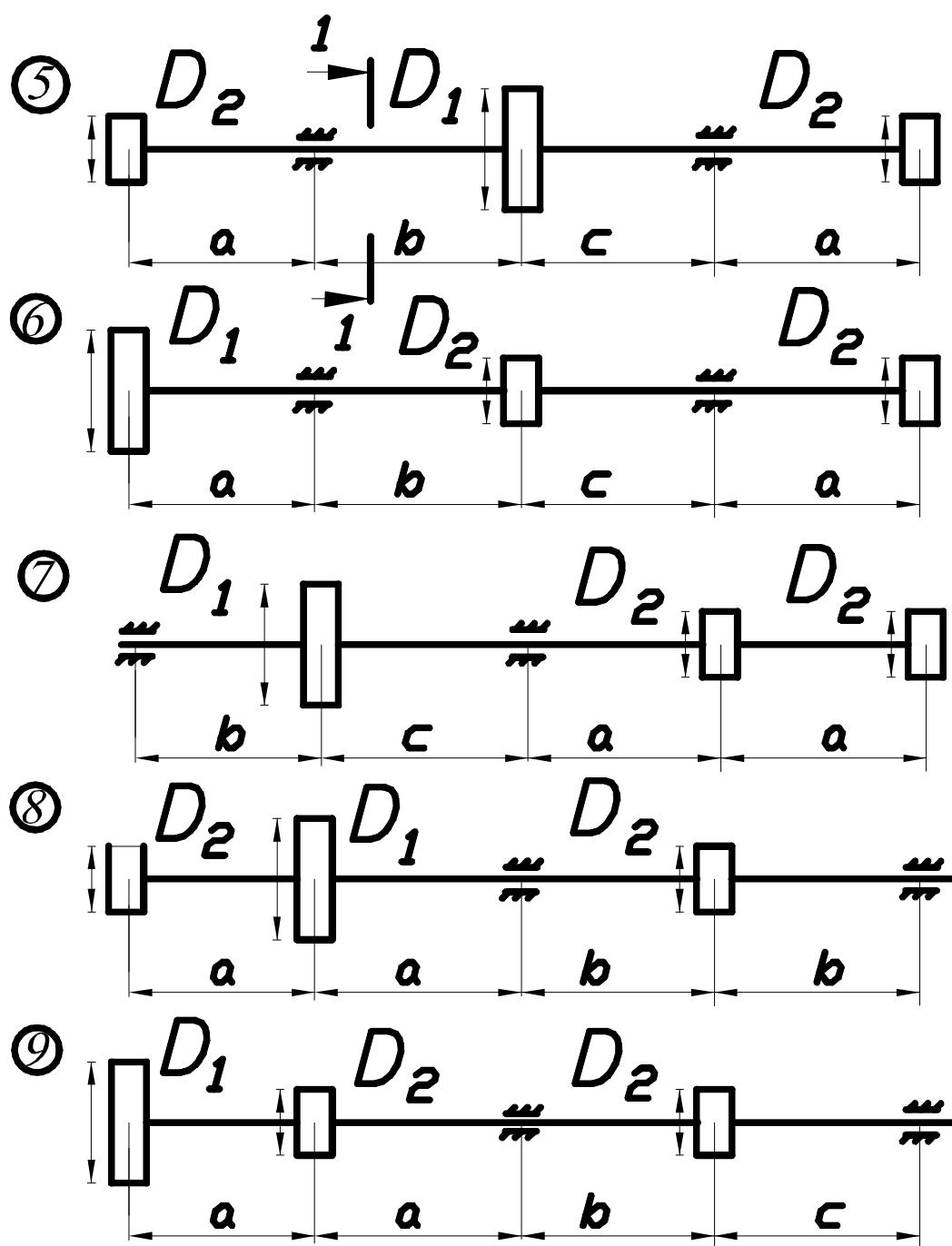


Рис. 5.1. Расчетные схемы к заданию 5



Сечение 1-1

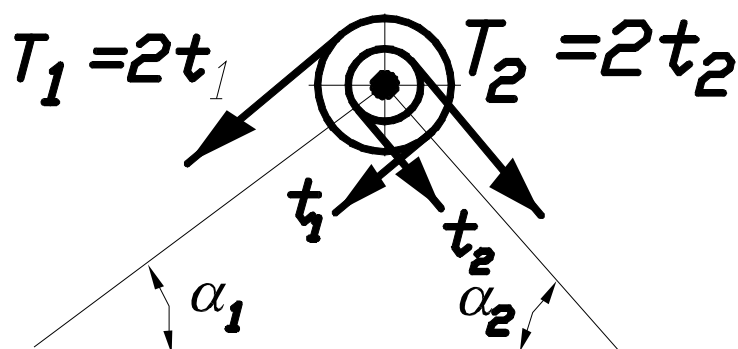


Рис. 5.1. Расчетные схемы к заданию 5

Методические указания и пример выполнения задания №5

1. Расчетная схема и условие задачи (рис. 5.2)

P, кВт	n, об/мин	a, м	b, м	c, м	D ₁ , м	D ₂ , м	α ₁ , град	α ₂ , град
100	1000	0,4	0,6	0,5	0,8	0,6	45	0

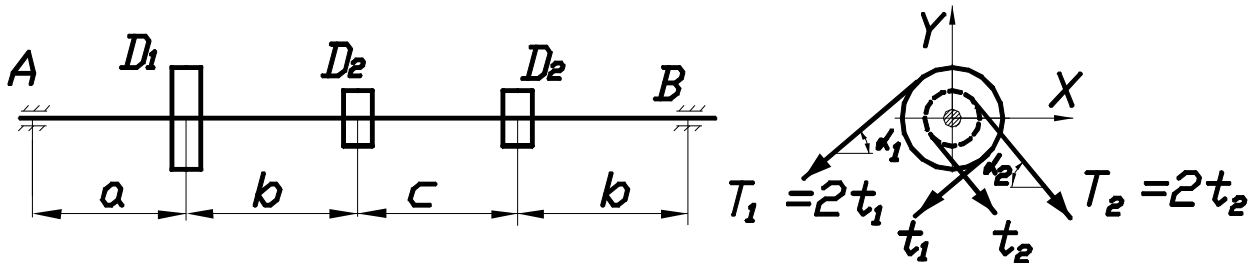


Рис.5.2. Расчетная схема

Материал вала сталь 40Х ГОСТ 1050-88; $[\sigma]=80$ МПа. Трением в опорах пренебрегаем.

2. Определение крутящих моментов.

Крутящие моменты, приложенные к шкивам $M=P/\omega$, где ω – угловая скорость вращения вала. Если мощность задана в киловаттах, то $M=9550P/n$, Нм.

$$M_1 = \frac{9550 \cdot P}{n} = \frac{9550 \cdot 100}{1000} = 955 \text{ Нм}; \quad M_2 = \frac{M_1}{2} = \frac{955}{2} = 477,5 \text{ Нм}.$$

По полученным значениям, используя метод сечений, строим эпюру крутящих моментов.

3. Определение окружных усилий.

Определим усилия t_1 и t_2 , действующие на шкивы. Направим ось Y поперечного сечения вертикально, а X – горизонтально (рис. 5.3). Тогда

$$M_1 = \frac{(T_1 - t_1) \cdot D_1}{2} = \frac{(2t_1 - t_1) \cdot D_1}{2} = \frac{t_1 \cdot D_1}{2}; \text{ откуда}$$

$$t_1 = 2M_1/D_1 = 2 \cdot 955/0,8 = 2388 \text{ Н. По аналогии } t_2 = 2M_2/D_2 = 2 \cdot 477,5/0,6 = 1592 \text{ Н}.$$

4. Определение составляющих нагрузки, действующих со стороны шкивов на вал.

Определяем силы F_1 и F_2 , а также их составляющие:

$$F_1 = 3 t_1 = 2388 \cdot 3 = 7164 \text{ Н}; \quad F_2 = 3 t_2 = 1592 \cdot 3 = 4776 \text{ Н};$$

$$F_1^x = F_1 \cdot \cos \alpha_1 = 7164 \cdot \cos 45^\circ = 5066 \text{ Н}; \quad F_1^y = F_1 \cdot \sin \alpha_1 = 7164 \cdot \sin 45^\circ = 5066 \text{ Н};$$

$$F_2^x = F_2 \cdot \cos \alpha_2 = 4776 \cdot \cos 0^\circ = 4776 \text{ Н}; \quad F_2^y = F_2 \cdot \sin \alpha_2 = 4776 \cdot \sin 0^\circ = 0.$$

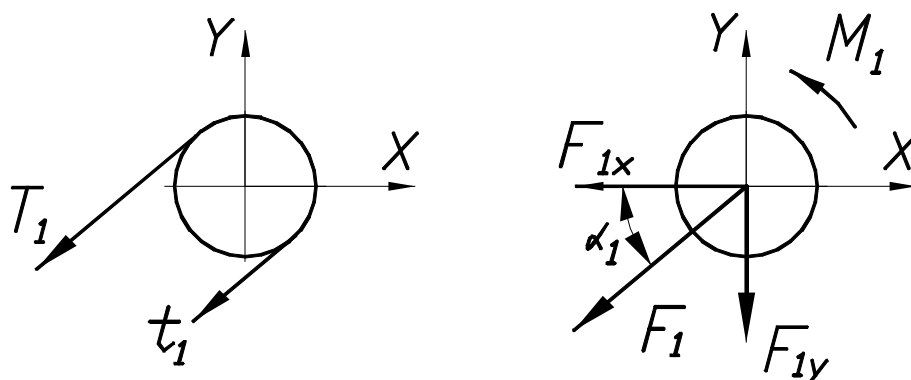


Рис. 5.3. Направление осей и действующих сил

5. Построение эпюр изгибающих моментов.

Строим эпюры изгибающих моментов от горизонтальных и вертикальных сил отдельно.

Эпюры M_x и M_y строим по общим правилам, определив сначала опорные реакции. Вычисления дают: $X_A=234$ Н; $X_B=4720$ Н; $Y_A=4101$ Н; $Y_B=965$ Н.

Построив эпюры изгибающих моментов от горизонтальных и вертикальных сил, далее строим эпюру суммарного изгибающего момента, вычисляя его в характерных сечениях по формуле: $M_{изг} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}$.

6. Определение диаметра вала.

Опасным является сечение А. Определим значение эквивалентного момента по критерию Сен-Венана (третья гипотеза прочности):

$$M_{экв} = \sqrt{M_{изг}^2 + M_k^2} = \sqrt{3509^2 + 955^2} = 3637 \text{ Нм}.$$

Условие прочности при расчете вала на изгиб с закручиванием:

$$s_{экв} = \frac{M_{экв}}{W_x} \leq [s], \text{ откуда необходимый момент сопротивления } W_x \geq \frac{M_{экв}}{[s]}.$$

Для вала круглого сечения $W_x = \pi d^3 / 32$, отсюда

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_{экв}}{\rho \cdot [s]}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 3637}{3,14 \cdot 80 \cdot 10^6}} = 0,077 \text{ м}; \text{ принимаем } d=0,08 \text{ м}.$$

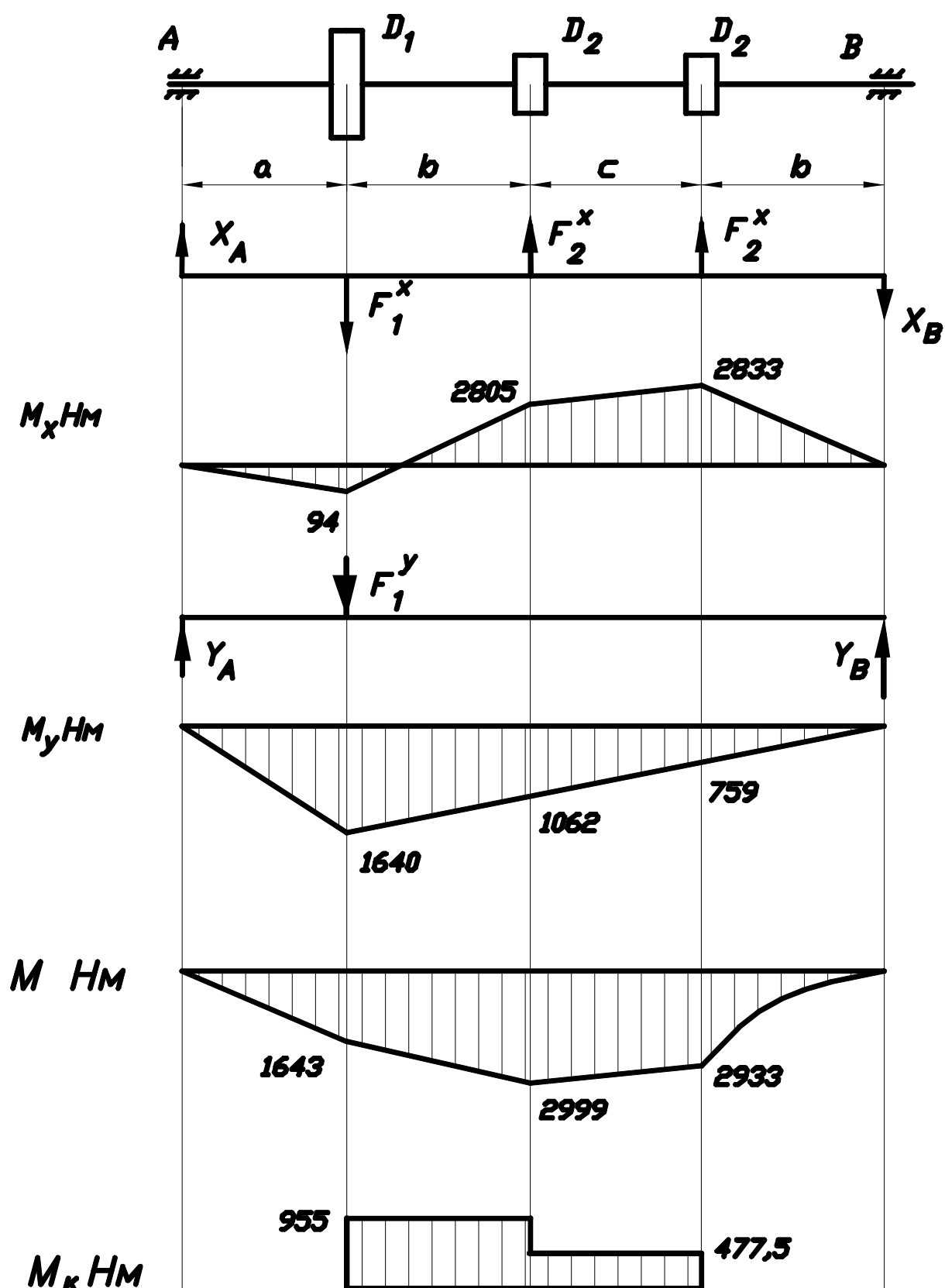


Рис. 5.4. Расчетные схемы и эпюры

Задание 6. Расчет плоской фермы

Для статически определимой плоской стальной фермы требуется:

1. Произвести кинематический анализ.
2. Определить усилия во всех стержнях. Проверить равновесие узла E .
3. Из условия прочности и устойчивости подобрать поперечные сечения всех стержней в виде двух уголков.
4. Проверить условие устойчивости для стержня, испытывающего наибольшее сжимающее усилие и в случае его выполнения определить предельную температуру равномерного нагрева этого стержня в условиях пожара.

Исходные данные к заданию 6

Таблица 6.1

Номер строки	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
d, м	2,0	2,2	2,4	2,6	2,8	3,0	3,2	3,4	3,6	3,8
P, кН	500	550	600	650	700	750	800	850	900	950
Номер строки	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
d, м	4,0	3,8	3,6	3,4	3,2	2,8	2,6	2,4	2,2	2,0
P, кН	950	900	850	800	750	700	650	600	550	500

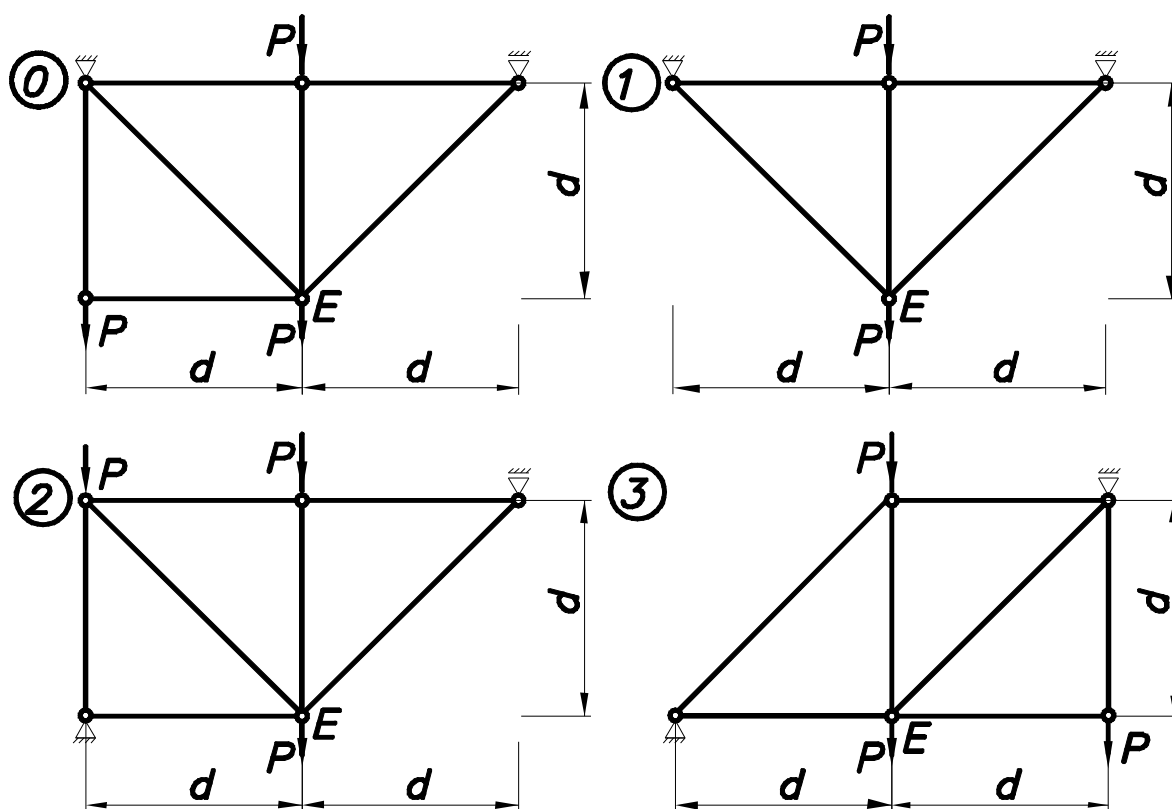


Рис. 6.1. Расчетные схемы к заданию 6

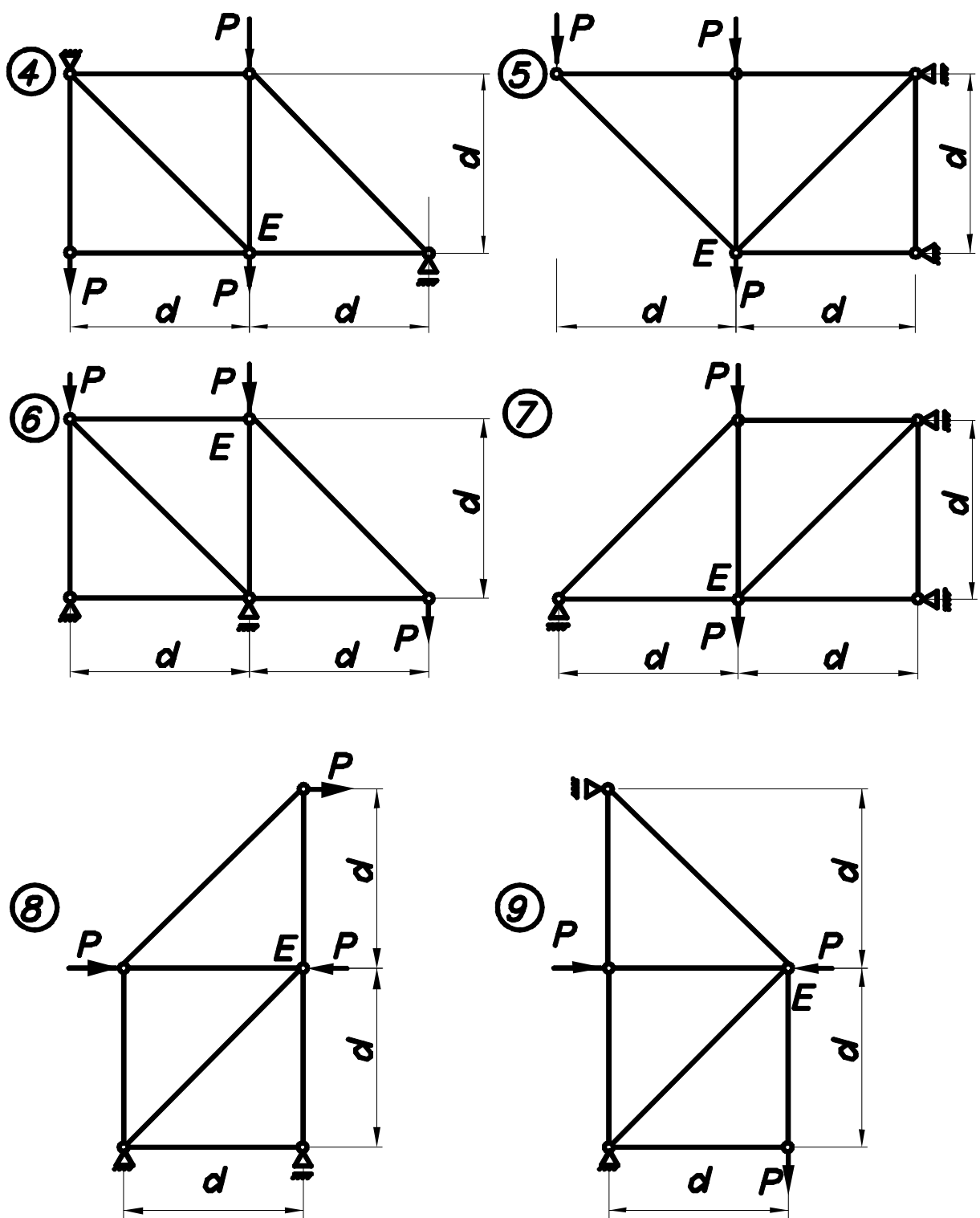


Рис. 6.1. Расчетные схемы к заданию 6

Методические указания и пример выполнения задания №6

1. Расчетная схема и условие задачи (рис. 6.2)

P, кН	d, м
500	2,2

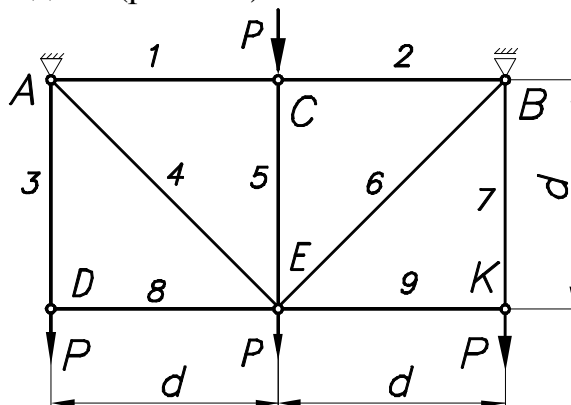


Рис. 6.2. Расчетная схема

2. Кинематический анализ.

Проверка необходимого условия геометрической неизменяемости:

$$N=2Y - C - Con \leq 0.$$

В нашем случае число узлов: $Y=6$; число стержней, соединяющих узлы $C=9$, число опорных связей $Con=3$.

$$N=2 \cdot 6 - 9 - 3 = 0, \text{ то есть условие выполнено.}$$

3. Проверка соблюдения правил образования геометрически неизменяемых систем.

Ферма образована креплением девяти стержней, не лежащих на одной прямой к узлу E . К опорной поверхности ферма крепится тремя опорными связями, оси которых не параллельны и не пересекаются в одной точке. Вывод: ферма геометрически неизменяема и статически определима.

3. Расчет усилий в стержнях фермы.

При определении опорных реакций учтем симметрию нагрузки:

$$Y_A = Y_B = \frac{4P}{2} = 1000 \text{ кН}; X_A = 0.$$

Усилия в стержнях определяются любым из трех способов: способом вырезания узлов, способом моментной точки (способом Риттера), способом сечений. Для узла D применим способ вырезания узлов (рис.6.3).

$$\Sigma X = 0 \Rightarrow N_8 = 0;$$

$$\Sigma Y = 0 \Rightarrow N_3 = -P = -500 \text{ кН}.$$

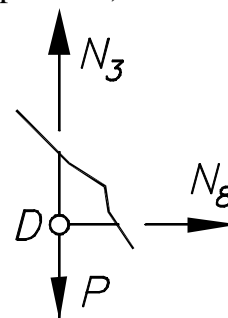


Рис. 6.3. Усилия в стержнях узла D

Для узла К применим способ вырезания узлов (рис. 6.4).

$$\Sigma X = 0 \Rightarrow N_9 = 0;$$

$$\Sigma Y = 0 \Rightarrow N_7 = -P = -500 \text{ кН}.$$

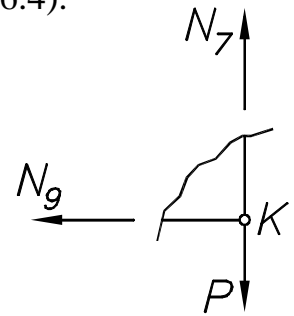


Рис. 6.4. Усилия в стержнях узла К

Для определения усилий в стержнях 1 и 4 воспользуемся правилом сечений (рис. 6.5), проведя сечение 1-1.

$$\Sigma Y = 0 \Rightarrow Y_A - P - N_4 \cdot \cos \alpha = 0;$$

$$N_4 = \frac{Y_A - P}{0,707} = 707 \text{ кН};$$

$$\Sigma M_{K1} = 0 \Rightarrow Y_A \cdot d - P \cdot d + N_1 \cdot d = 0;$$

$$N_1 = -Y_A + P = -500 \text{ кН}.$$

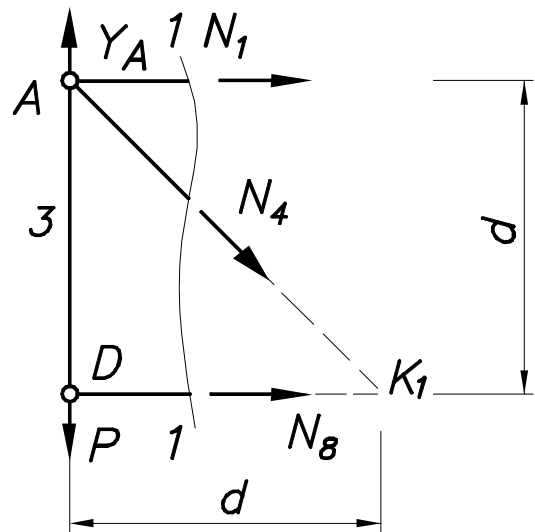


Рис. 6.5. Усилия в стержнях сечения 1-1

Для определения усилий в стержнях 2 и 6 воспользуемся правилом сечений (рис. 6.6), проведя сечение 2-2.

$$\Sigma Y = 0 \Rightarrow Y_B - P - N_6 \cdot \cos \alpha = 0;$$

$$N_6 = \frac{Y_B - P}{0,707} = 707 \text{ кН};$$

$$\Sigma M_{K2} = 0 \Rightarrow -Y_B \cdot d + P \cdot d - N_2 \cdot d = 0;$$

$$N_2 = -Y_B + P = -500 \text{ кН}.$$

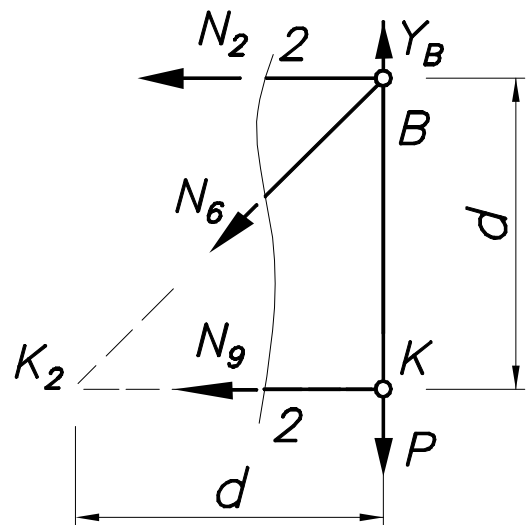


Рис. 6.6. Усилия в стержнях сечения 2-21

Для усилий в стержнях узла С применим способ вырезания узлов.

$$\Sigma Y = 0 \Rightarrow N_5 = -P = -500 \text{ кН};$$

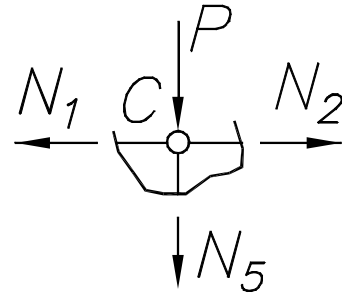


Рис. 6.7. Усилия в стержнях узла С

В качестве проверки вырежем узел Е и составим уравнения равновесия:

$$\begin{aligned} \Sigma X = 0 &\Rightarrow N_9 - N_8 + N_6 \cdot \cos 45 - N_4 \cdot \cos 45 = \\ &= 0 - 0 + 707 \cdot \cos 45 - 707 \cdot \cos 45 = 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Sigma Y = 0 &\Rightarrow N_5 - P + N_6 \cdot \cos 45 + N_4 \cdot \cos 45 = \\ &= -500 - 500 + 707 \cdot \cos 45 + 707 \cdot \cos 45 = 0. \end{aligned}$$

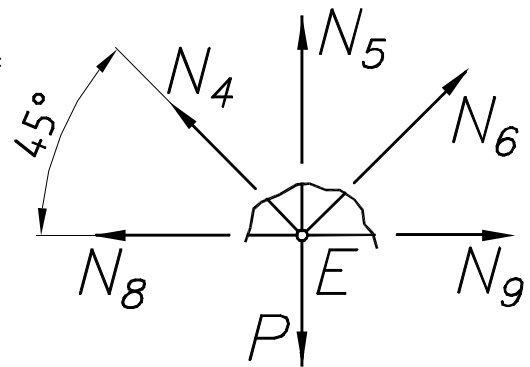


Рис. 6.7. Усилия в стержнях узла Е

Поскольку уравнения выполняются, то усилия в стержнях фермы найдены верно. Поместим найденные значения в сводную таблицу 6.2.

Усилия в стержнях

Таблица 6.2.

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9
N, кН	-500	-500	-500	707	-500	707	-500	0	0

Отрицательное значение указывает на то что стержень сжимается.

4. Подбор сечения стержня.

Условие прочности имеет вид: $\sigma = N/A \leq R_y$, где $R_y = 240$ МПа – расчетное сопротивление стали.

Выбираем сечение в виде двух спаренных уголков. Тогда требуемая площадь уголков:

$$A \geq N/R_y;$$

В нашем случае (выбираем два варианта уголков):

$$A_1 = \frac{500 \cdot 10^3}{240 \cdot 10^6} = 21 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2,$$

по сортаменту выбираем уголок 80х80х7 общей площадью $A=10,8 \cdot 2=21,6 \text{ см}^2$;

$A_2 = \frac{707 \cdot 10^3}{240 \cdot 10^6} = 29,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$, по сортаменту выбираем уголок 100х100х8 общей площадью $A=15,6 \cdot 2=31,2 \text{ см}^2$.

5. Проверка сжатых стержней на устойчивость.

В нашем случае все сжатые стержни равной длины и испытывают одинаковые усилия $N=500 \text{ кН}$.

По сортаменту радиус инерции выбранного уголка равен $i_x=2,45 \text{ см}$ и равен радиусу инерции всего сечения относительно главной оси x . Коэффициент приведения длины для шарнирного закрепления концов $\mu = 1$. Тогда гибкость стержня:

$$l = \frac{m \cdot l}{i_x} = \frac{1 \cdot 2,2}{0,0245} = 89,8.$$

По таблице (прилож. 3) линейной интерполяцией находим.

$$j = 0,685 - \frac{0,685 - 0,612}{10} \cdot 9,8 = 0,614..$$

Сниженное расчетное сопротивление $\varphi \cdot R_y = 0,614 \cdot 240 = 147,4 \text{ МПа}$.

Фактическое напряжение в стержне: $\sigma = N/A = 500/2,16 = 231,5 \text{ МПа} > 147,4 \text{ МПа}$, т.о. условие устойчивости не соблюдается. Увеличим площадь сечения стержня. Примем два уголка 100х100х10, $i_x=3,05 \text{ см}$, $A=15,1 \cdot 10^{-4} \text{ см}^2$. Тогда

$$l = \frac{m \cdot l}{i_x} = \frac{1 \cdot 2,2}{0,0305} = 72,1; j = 0,754 - \frac{0,754 - 0,685}{10} \cdot 2,1 = 0,74;$$

$\varphi \cdot R_y = 0,74 \cdot 240 = 177,6 \text{ МПа}$; $\sigma = N/A = 500/30,2 = 165,6 \text{ МПа} < 177,6 \text{ МПа}$, следовательно, условие устойчивости соблюдено.

При нагреве изменяются механические свойства материала, что может привести к потере устойчивости даже при неизменной сжимающей силе. Предельной будем считать температуру, при которой либо наступает текучесть без потери устойчивости, либо происходит потеря устойчивости при упругих деформациях, то есть $t_{np} = t_{min}(t_T, t_s)$, где t_T определяется из условия $\sigma = \sigma_T(t)$, а t_s определяется из формулы Эйлера для критических напряжений потери устойчивости

$$s = \frac{p^2 \cdot E(t)}{l^2}.$$

В нашем случае первое условие $\sigma = 165,6 \text{ МПа} = \sigma_T(t)$, отсюда $t_T = 390 \text{ }^\circ\text{C}$.

$$\text{Для второго условия } E(t) = \frac{l^2 \cdot s}{p^2} = \frac{72,1^2 \cdot 165,6 \cdot 10^{-3}}{3,14^2} = 87,3 \text{ ГПа}.$$

Откуда по графику (прилож. 1) находим, что $t > 600 \text{ }^\circ\text{C}$. Окончательно принимаем $t_{np} = t_T = 390 \text{ }^\circ\text{C}$.

Задание 7. Расчет плоской статически определимой рамы

Для плоской статически определимой стальной рамы требуется:

1. Произвести кинематический анализ и определить опорные реакции.
2. Построить эпюры продольных, поперечных сил и изгибающих моментов, проверить их правильность и из условия прочности подобрать поперечные сечения элементов рамы в виде двух швеллеров.
3. Определить горизонтальное перемещение сечения **K** при повышении температуры внутренней поверхности на $t^{\circ}\text{C}$ и проверить условие жесткости.

Исходные данные к заданию 7

Таблица 7.1

номер строки	l, м	F, кН	q, кН/м	M, кН·м	h, м	t, м
0	8,0	12	10	15	4	100
1	7,8	14	16	16	6	105
2	7,6	16	20	14	5	110
3	7,4	18	14	17	4	105
4	7,2	20	24	18	6	100
5	7,0	22	10	20	4	105
6	6,8	24	16	16	3	110
7	6,6	26	20	14	4	100
8	6,4	28	18	18	5	105
9	6,2	30	14	20	4	110
10	6,0	32	22	22	6	115
11	5,8	34	24	24	5	120
12	5,6	36	26	28	6	115
13	5,4	38	20	26	5	120
14	5,2	40	18	32	4	125
15	5,0	42	16	30	6	130
16	4,8	44	20	32	4	135
17	4,6	46	26	34	6	130
18	4,4	48	28	36	4	140
19	4,2	50	24	34	5	135

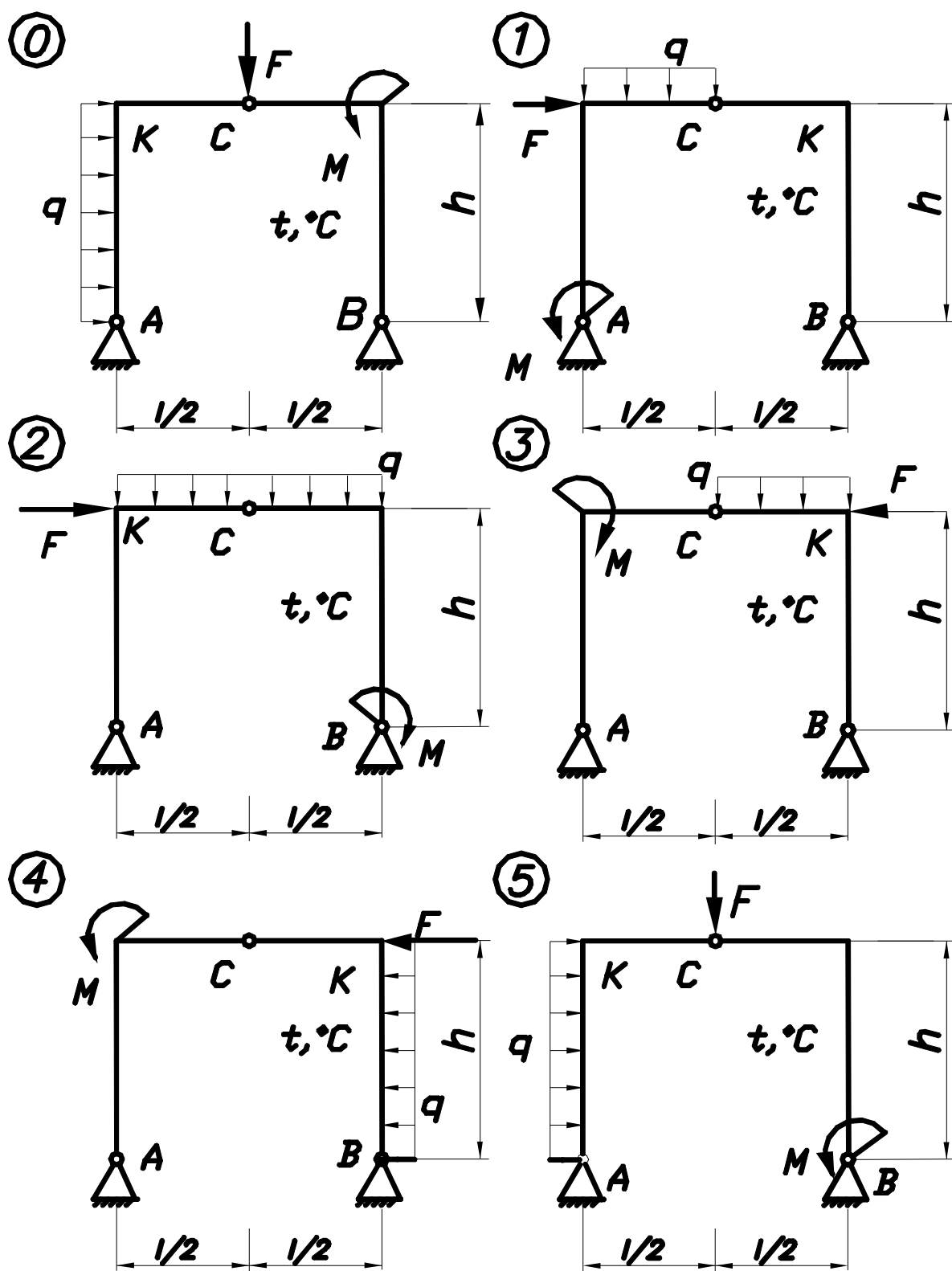


Рис. 7.1. Расчетные схемы к заданию 7

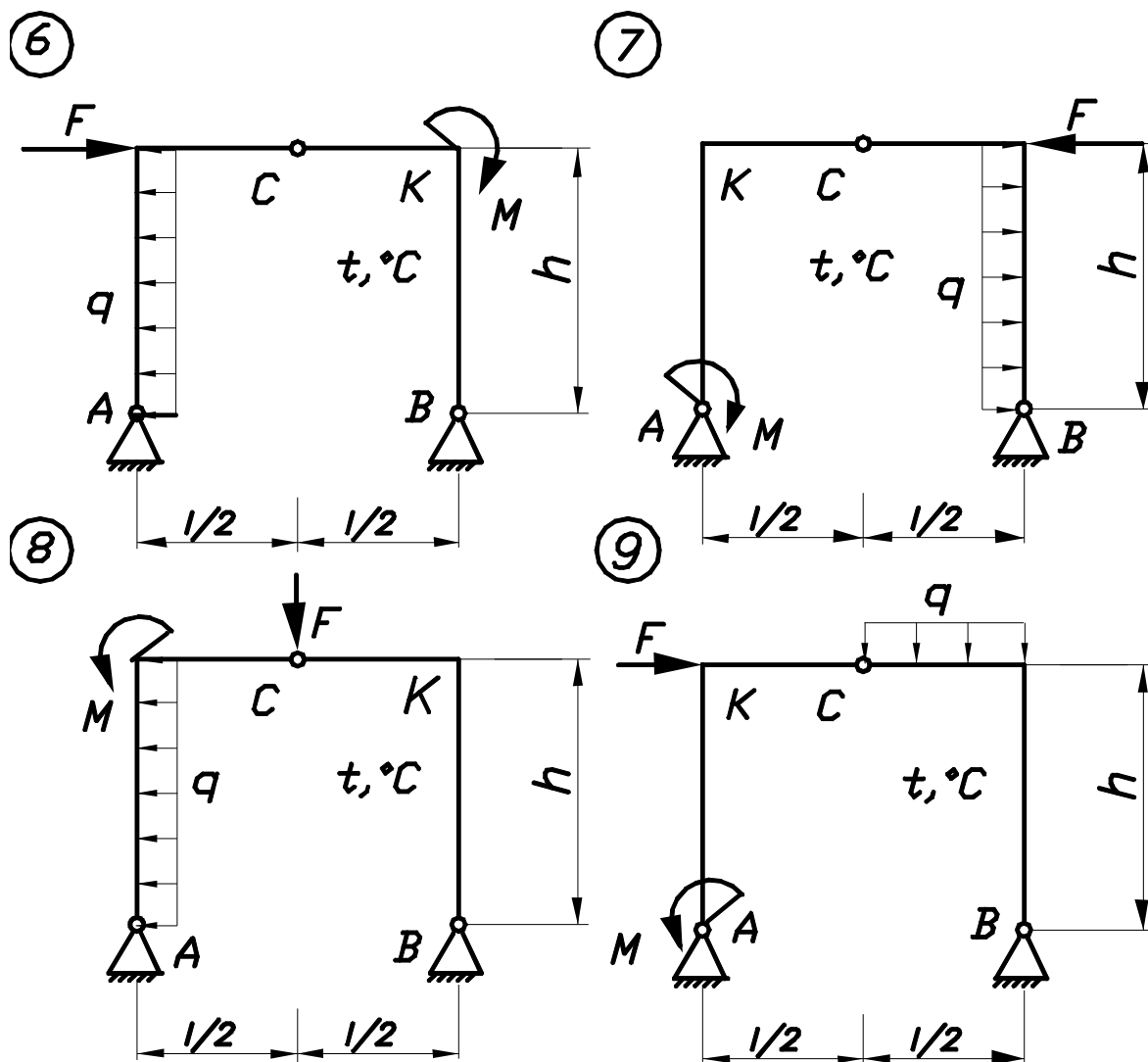


Рис. 7.1. Расчетные схемы к заданию 7

Методические указания и пример выполнения задания №7

1. Расчетная схема и условие задачи (рис. 7.2).

l , м	6,0
q , кН/м	14
M , кНм	32
h , м	5,0
t , °C	100

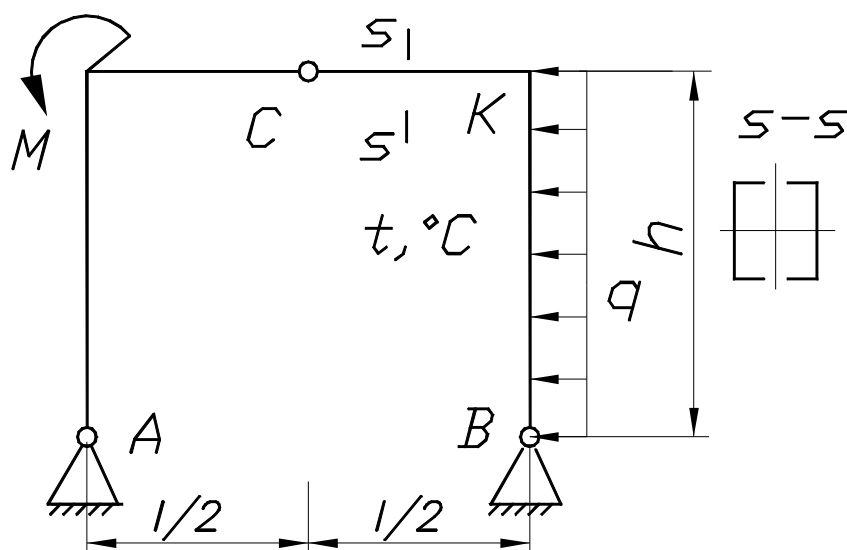


Рис. 7.2. Расчетная схема

2. Кинематический анализ и определение опорных реакций.

Необходимое условие: $n = 3 \cdot D - 2 \cdot Ш - C_{on} = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 1 - 4 = 0$ выполняется. Достаточное условие: три диска AC , CB и диск «земля» соединены тремя шарнирами по правилу треугольника.

Вывод: система статически определима и геометрически неизменяема.

Вертикальные составляющие опорных реакций определим из условия равновесия:

$$\Sigma M_A = 0 \Rightarrow -q \cdot 5 \cdot 2,5 - M + V_B \cdot 6 = 0; V_B = 34,5 \text{ кН};$$

$$\Sigma M_B = 0 \Rightarrow -q \cdot 5 \cdot 2,5 - M + V_A \cdot 6 = 0; V_A = 34,5 \text{ кН};$$

$$\text{Проверка: } \Sigma Y = 0 \Rightarrow -V_B + V_A = -34,5 + 34,5 = 0.$$

Для определения горизонтальных составляющих применим метод расчленения по шарниру C . Из уравнения равновесия левой части рамы:

$$\Sigma M_C^{лев} = 0 \Rightarrow -M + V_A \cdot 3 - H_A \cdot 5 = 0; H_A = 14,3 \text{ кН}.$$

Аналогично для правой части (рис. 7.3):

$$\Sigma M_C^{пр} = 0 \Rightarrow V_B \cdot 3 + q \cdot 5 \cdot 2,5 - H_B \cdot 5 = 0; H_B = 55,7 \text{ кН};$$

$$\text{Проверка: } \Sigma Z = 0 \Rightarrow -q \cdot 5 + H_B + H_A = 14 \cdot 5 + 55,7 + 14,3 = 0;$$

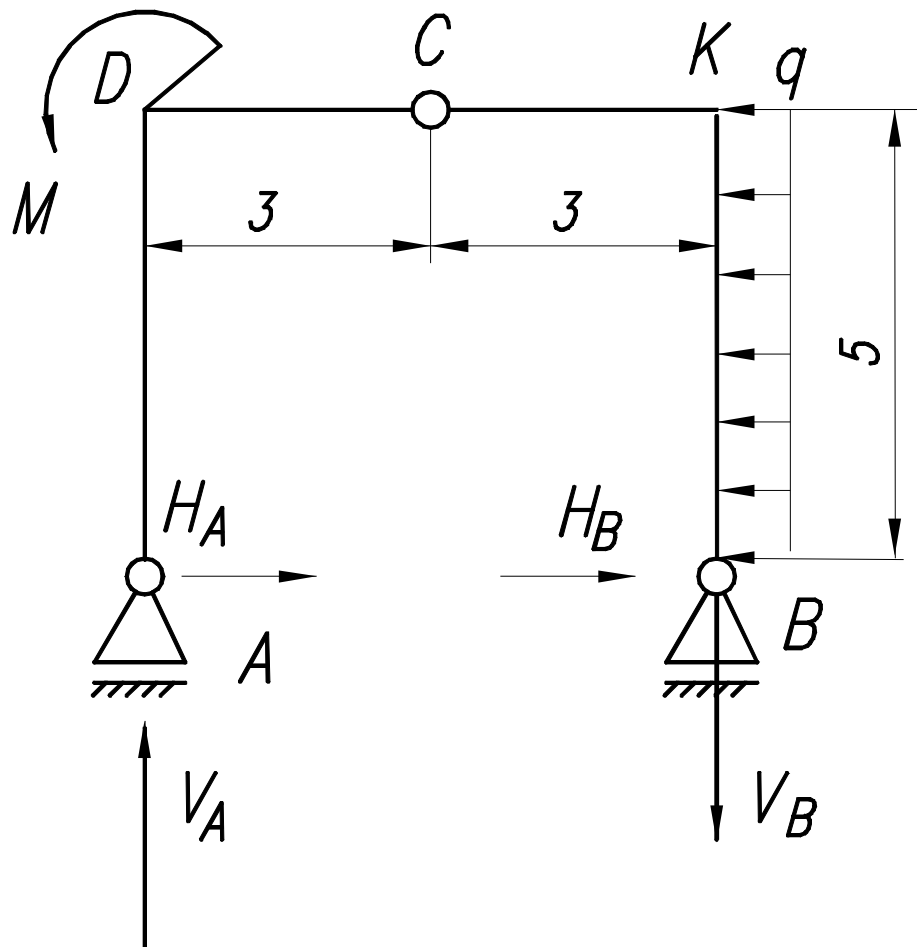


Рис. 7.3. Расчетная схема

3. Построение эпюр M , Q , N .

Эпюры будем строить по характерным участкам рамы, вычисляя внутренние усилия M , Q , N в крайних сечениях каждого участка.

Участок AD : $M_A = 0$; $Q_A = -H_A = -14,3 \text{ кН}$; $N_A = -V_A = -34,5 \text{ кН}$;

$M_D = -H_A \cdot 5 = -71,5 \text{ кНм}$; $Q_D = -H_A = -14,3 \text{ кН}$; $N_D = -V_A = -34,5 \text{ кН}$;

Участок BK : $M_B = 0$; $Q_B = -H_B = -55,7 \text{ кН}$; $N_B = V_B = 34,5 \text{ кН}$;

$M_K = H_B \cdot 5 - q \cdot 5 \cdot 2,5 = 103,5 \text{ кНм}$; $Q_K = -H_B + q \cdot 5 = 14,3 \text{ кН}$; $N_K = V_B = 34,5 \text{ кН}$.

Определим расстояние до точки пересечения нулевой линии и найдем значение экстремального момента в данной точке:

$Q=0 \Rightarrow x=3,98 \text{ м}$, $M = H_B \cdot 3,98 - q \cdot 3,98^2/2 = 110,8 \text{ кНм}$.

Участок DC : $M_D = -H_A \cdot 5 - M = -103,5 \text{ кНм}$; $Q_D = V_A = 34,5 \text{ кН}$; $N_D = -H_A = -14,3 \text{ кН}$;

$M_C = -H_A \cdot 5 - M + V_A \cdot 3 = 0$; $Q_C = V_A = 34,5 \text{ кН}$; $N_C = -H_A = -14,3 \text{ кН}$.

Участок KC : $M_K = H_B \cdot 5 - q \cdot 5 \cdot 2,5 = 103,5 \text{ кНм}$; $Q_K = V_B = 34,5 \text{ кН}$; $N_K = H_B - q \cdot 5 = -14,3 \text{ кН}$;

$M_C = H_B \cdot 5 - q \cdot 5 \cdot 2,5 - V_B \cdot 3 = 0$; $Q_C = V_B = 34,5 \text{ кН}$; $N_C = H_B - q \cdot 5 = -14,3 \text{ кН}$.

По результатам вычислений строим эпюры M , Q , N (рис. 7.4).

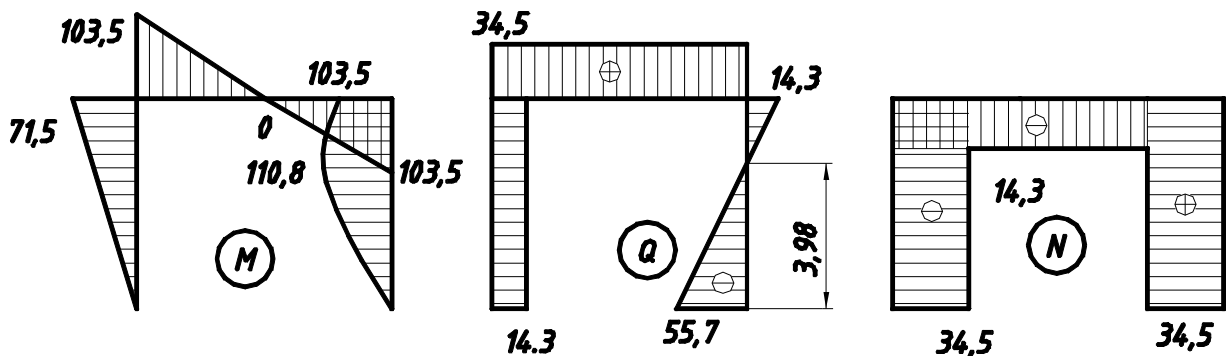


Рис. 7.4. Эпюры M , Q , N

Проведем статическую проверку для узлов D и K (рис. 7.5).

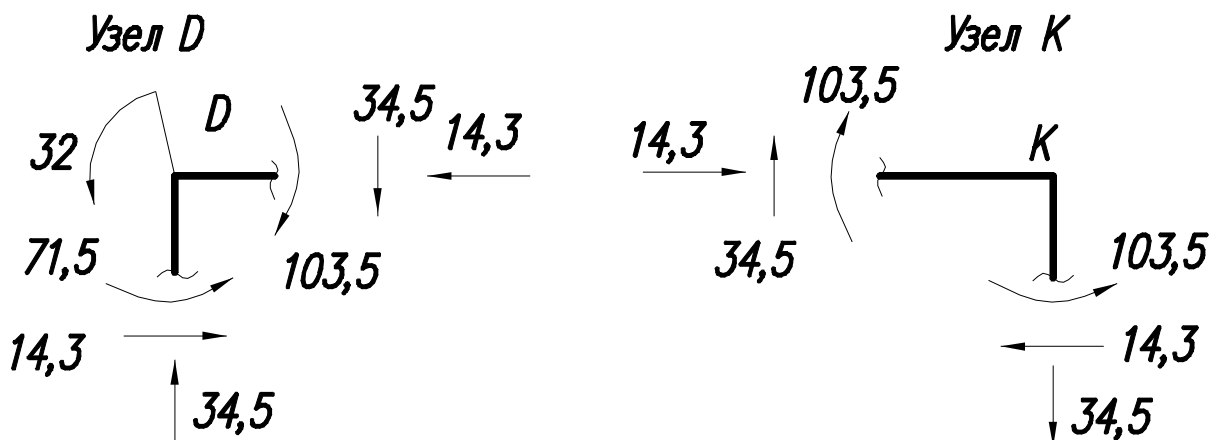


Рис. 7.5. Равновесие узлов D и K

$$\begin{aligned}\Sigma X &= 0 \Rightarrow 14,3 - 14,3 = 0; \Sigma X = 0 \Rightarrow 14,3 - 14,3 = 0; \\ \Sigma Y &= 0 \Rightarrow 34,5 - 34,5 = 0; \Sigma Y = 0 \Rightarrow 34,5 - 34,5 = 0; \\ \Sigma M_K &= 0 \Rightarrow 103,5 - 32 - 71,5 = 0; \Sigma M_D = 0 \Rightarrow 103,5 - 103,5 = 0;\end{aligned}$$

Уравнения равновесия узлов D и K выполняются.

4. Расчет на прочность.

Из условия прочности по нормальным напряжениям изгиба $\sigma_{max} = IM_{max}/W_x \leq R_y$, следует

$$W_x \geq \frac{|M|_{max}}{R_y} = \frac{110800}{240 \cdot 10^6} = 0,462 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3;$$

С учетом вида сечения момент сопротивления одного швеллера $W_x = 462/2 = 231 \text{ см}^3$;

Из сортамента прокатной стали принимаем швеллер №24 с $W_x = 242 \text{ см}^3$; $A = 30,6 \text{ см}^2$; $h_I = 240 \text{ мм}$.

Проверим условие прочности с учетом продольной силы в опасном сечении $N = 34.55 \text{ кН}$;

$$|s|_{max} = \frac{|M|_{max}}{W_x} + \frac{|N|}{A} = \frac{110800}{2 \cdot 242 \cdot 10^{-6}} + \frac{24500}{2 \cdot 30.6 \cdot 10^{-4}} = 233 \text{ МПа} < 240 \text{ МПа};$$

Условие прочности выполняется.

5. Горизонтальное перемещение сечения K от нагрева.

Температурные перемещения произвольного сечения рамы определим по формуле Максвелла-Мора

$$\Delta_{kt} = \sum_i \alpha \frac{t_2 - t_1}{h_1} \Omega^{(i)} M_k + \sum_i \alpha \frac{t_2 - t_1}{2} \Omega^{(i)} N_k, \text{ где}$$

α – коэффициент температурного расширения материала; $\Omega^{(i)} M_k$, $\Omega^{(i)} N_k$ – соответственно площади i -го участка эпюр изгибающего момента и продольной силы от единичной обобщенной силы, приложенной в сечении D по направлению искомого перемещения Δ_{kt} , h_I – высота поперечного сечения рамы; t_1 , t_2 – изменение температуры внешней и внутренней поверхности участка рамы.

Опорные реакции при приложении единичной силы в сечении K по аналогии предыдущего расчета равны: $H_A = H_B = 0.5$; $V_B = -V_A = 1$;

Методом сечений строим эпюры M , N (рис. 7.6).

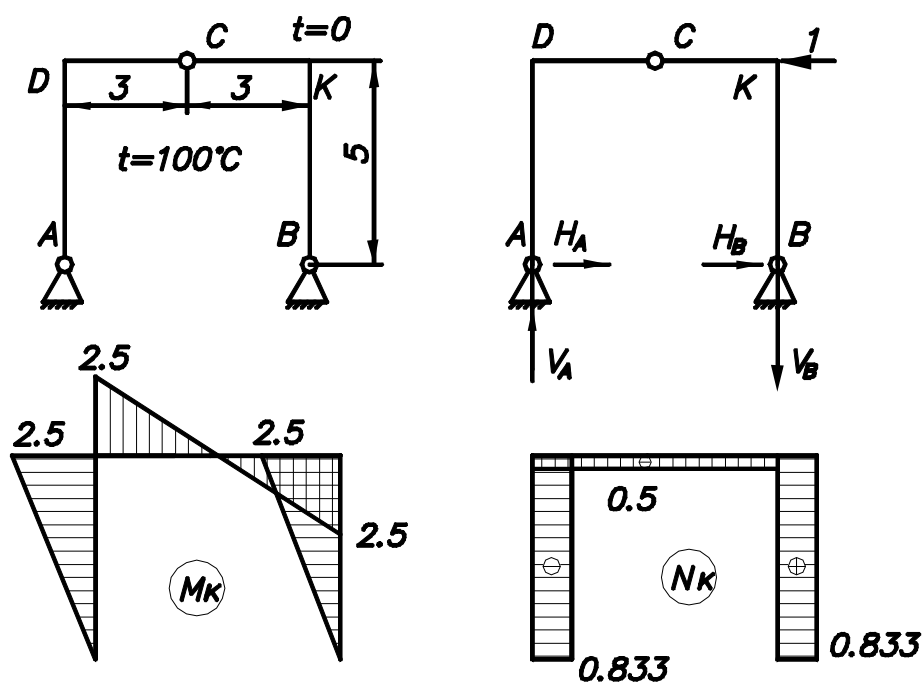


Рис. 7.6. Эпюры M , Q , N

Результаты вычислений по отдельным участкам сведены в таблицу.

Участок	$t_2 - t_1, ^\circ\text{C}$	$\Omega^{(i)} M_k, \text{м}^2$	Знак	$t_2 - t_1 / 2$	$\Omega^{(i)} N_k, \text{м}^2$	Знак
AD	100	$0.5 \cdot 2.5 \cdot 5 = 6.25$	+	50	$0.833 \cdot 5 = 2.5$	-
DC	100	$0.5 \cdot 2.5 \cdot 3 = 3.75$	+	50	$0.5 \cdot 3 = 1.5$	-
CK	100	$0.5 \cdot 2.5 \cdot 3 = 3.75$	-	50	$0.5 \cdot 3 = 1.5$	-
KB	100	$0.5 \cdot 2.5 \cdot 5 = 6.25$	-	50	$0.833 \cdot 5 = 2.5$	+

$$\Delta_{kt} = 12,5 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{100 \cdot (6,25 + 3,75 - 3,75 - 6,25)}{0,24} +$$

$$+ 12,5 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{100 \cdot (-2,5 - 1,5 - 1,5 + 2,5)}{2} = -1,87 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

Проверим условие жесткости $I f_{\phi} I < f_{\text{дон}}$, где

$I f_{\phi} I$ – фактический прогиб; $f_{\text{дон}}$ – допустимый прогиб принимаемый для вертикальных конструкций согласно стандарту $f_{\text{дон}} = H/100$ (H – высота конструкции).

В нашем случае $f_{\phi} = \Delta_{kt}$, $f_{\text{дон}} = 5/100 = 0,05 \text{ м}$.

Таким образом, условие жесткости $I f_{\phi} I = 0,00187 < f_{\text{дон}}$ выполняется.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Справочные данные для стали ВстЗсп5:

а) при нормальной температуре:

Предел текучести $\sigma_T=250$ МПа

Расчетное сопротивление $R_y=240$ МПа

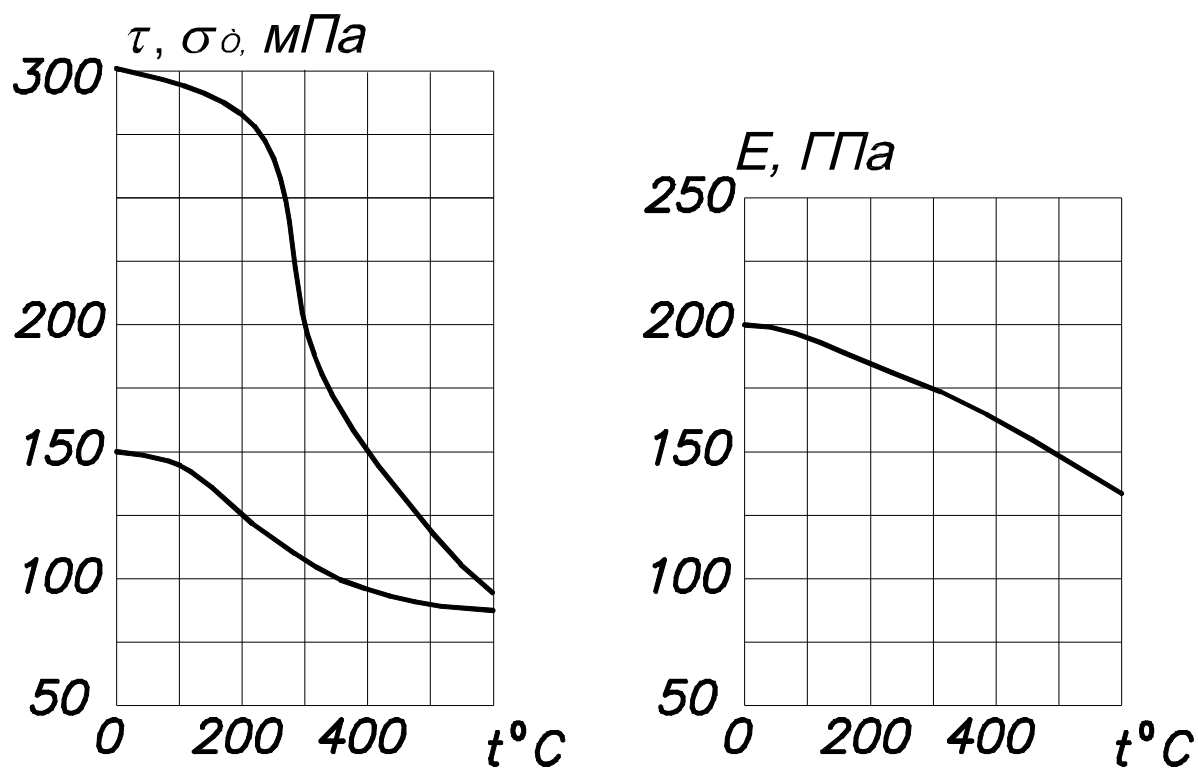
$R_s=139$ МПа

Модуль упругости $E=200$ ГПа

$G=80$ ГПа

Коэффициент линейного расширения $\alpha=12,5 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

б) при изменении температуры



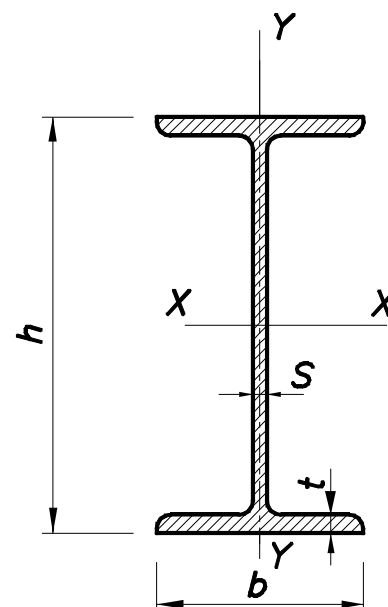
Изменение некоторых механических характеристик стали ВстЗсп5

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Некоторые характеристики профилей прокатной стали
(ГОСТ 8239-72)

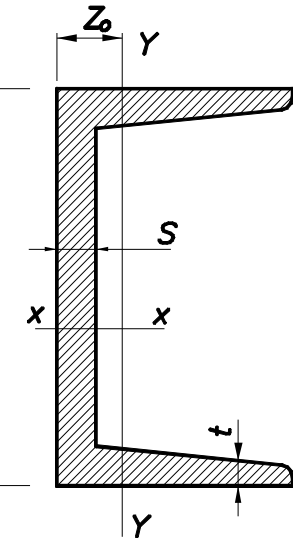
Двутавры

№	Вес кг/м	Размеры, мм				Площ. сеч. см ²	I _X , см ⁴	W _X , см ³	i _X , см	S _X , см ³	I _Y , см ⁴	W _Y , см ³	i _Y , см
		h	b	S	t								
10	9,46	100	55	4,5	7,2	12,0	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22
12	11,5	120	64	4,8	7,3	14,7	350	58,4	4,8	33,7	27,9	8,72	1,8
14	13,7	140	73	4,9	7,5	17,4	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,5	1,55
16	15,9	160	81	5,0	7,8	20,2	873	109	6,57	62,3	58,6	14,5	1,70
18	18,4	180	90	5,1	8,1	23,4	1290	143	7,42	81,4	82,6	18,4	1,88
18a	19,9	180	100	5,1	8,3	25,4	1430	159	7,51	89,8	114	22,8	2,12
20	21,0	200	100	5,2	8,4	26,8	1840	184	8,28	104	115	23,1	2,07
20a	22,7	200	110	5,2	8,6	28,9	2030	203	8,37	114	155	28,2	2,32
22	24,0	220	110	5,4	8,7	30,6	2550	232	9,13	131	157	28,6	2,27
22a	25,8	220	120	5,4	8,9	32,8	2790	254	9,22	143	206	34,3	2,50
24	27,3	240	115	5,6	9,5	34,8	3460	289	9,97	163	198	34,5	2,37
24a	29,4	240	125	5,6	9,8	37,5	3800	317	10,1	178	260	41,6	2,63
27	31,5	270	125	6,0	9,8	40,2	5010	371	11,2	210	260	41,5	2,54
27a	33,9	270	135	6,0	10,2	43,2	5500	407	11,3	229	337	50,0	2,80
30	36,5	300	135	6,5	10,2	46,5	7080	472	12,3	268	337	49,9	2,69
30a	39,2	300	145	6,5	10,7	49,9	7780	518	12,5	292	436	60,1	2,95
33	42,2	330	140	7,0	11,2	53,8	9840	597	13,5	339	419	59,9	2,79
36	48,6	360	145	7,5	12,3	61,9	13380	743	14,7	423	516	71,1	2,89
40	56,1	400	155	8,0	13,0	71,4	18930	947	16,3	540	666	85,9	3,05
45	65,2	450	160	8,6	14,2	83,0	27450	1220	18,2	699	807	101	3,12
50	76,8	500	170	9,5	15,2	97,8	39290	1570	20,0	905	1040	122	3,26
55	89,8	550	180	10,3	16,5	114	55150	2000	22,0	1150	1350	150	3,44
60	104	600	190	11,1	17,8	132	75450	2510	23,9	1450	1720	181	3,60



Швеллеры

№	Вес кг/м	Размеры, мм				Площ сеч. см ²	I _x , см ⁴	W _x , см ³	i _x , см	S _x , см ³	I _y , см ⁴	W _y , см ³	i _y , см	Z ₀ , см
		h	b	S	t									
5														
6,5	4,81	50	32	4,4	7,0	6,16	22,8	9,1	1,92	5,59	5,61	2,75	0,95	1,16
8	5,90	65	36	4,4	7,2	7,51	48,6	15,0	2,54	9,0	8,70	3,68	1,08	1,24
10	7,05	80	40	4,5	7,4	8,98	89,4	22,4	3,16	13,3	12,8	4,75	1,19	1,31
12	8,59	100	46	4,5	7,6	10,9	174	34,8	3,99	20,4	20,4	6,46	1,37	1,44
14	10,4	120	52	4,8	7,8	13,3	304	50,6	4,78	29,6	31,2	8,52	1,53	1,54
14a	12,3	140	58	4,9	8,1	15,6	491	70,2	5,60	40,8	45,4	11,0	1,70	1,67
16	13,3	140	62	4,9	8,7	17,0	545	77,8	5,66	45,1	57,5	13,3	1,84	1,87
16a	14,2	160	64	5,0	8,4	18,1	747	93,4	6,42	54,1	63,3	13,8	1,87	1,80
18	15,3	160	68	5,0	9,0	19,5	823	103	6,49	59,4	78,8	16,4	2,01	2,00
18a	16,3	180	70	5,1	8,7	20,7	1090	121	7,24	69,8	86,0	17,0	2,04	1,94
20	17,4	180	74	5,1	9,3	22,2	1190	132	7,32	76,1	105	20,0	2,18	2,13
20a	18,4	200	76	5,2	9,0	23,4	1520	152	8,07	87,8	113	20,5	2,20	2,07
22	19,8	200	80	5,2	9,7	25,2	1670	167	8,15	95,9	139	24,4	2,35	2,28
22a	21,0	220	82	5,4	9,5	26,7	2110	192	8,89	110	151	25,1	2,37	2,21
24	22,6	220	87	5,4	10,2	28,8	2330	212	8,99	121	187	30,0	2,55	2,46
24a	24,0	240	90	5,6	10,0	30,6	2900	242	9,73	139	208	31,6	2,60	2,42
27	25,8	240	95	5,6	10,7	32,9	3180	265	9,84	151	254	37,2	2,78	2,67
30	27,7	270	95	6,0	10,5	35,2	4160	308	10,9	178	262	37,3	2,73	2,47
33	31,8	300	100	6,5	11,0	40,5	5810	387	12,0	224	327	43,6	2,84	2,52
36	36,5	330	105	7,0	11,7	46,5	7980	484	13,1	281	410	51,8	2,97	2,59
40	41,9	360	110	7,5	12,6	53,4	10820	601	14,2	350	513	61,7	3,10	2,68
	48,3	400	115	8,0	13,5	61,5	15220	761	15,7	444	642	73,4	3,23	2,75

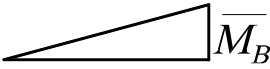
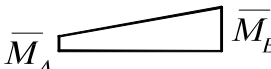
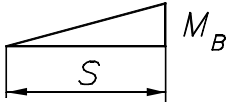
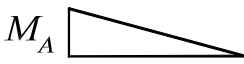
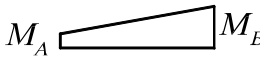
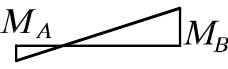
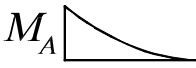

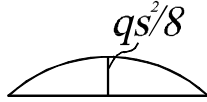


ПРИЛОЖЕНИЕ 3

Коэффициент продольного изгиба

λ	φ	λ	φ	λ	φ	λ	φ
10	0,987	60	0,805	120	0,419	170	0,218
20	0,962	70	0,754	130	0,364	180	0,196
30	0,931	80	0,685	140	0,315	190	0,177
40	0,894	90	0,612	150	0,276	200	0,161
50	0,852	100	0,542	160	0,244	210	0,147
		110	0,478			220	0,135

Формулы для вычисления интеграла Мора

Эпюры M_K	Эпюры \bar{M}_1	
		
	$\frac{S}{3EI} M_B \bar{M}_B$	$\frac{S}{6EI} (2\bar{M}_B + \bar{M}_A) M_B$
	$\frac{S}{6EI} M_A \bar{M}_B$	$\frac{S}{6EI} (2M_A + M_B) \bar{M}_A$
	$\frac{S}{6EI} (2M_B + M_A) \bar{M}_B$	$\frac{S(2M_A \bar{M}_A + 2M_B \bar{M}_B + M_A \bar{M}_B + M_B \bar{M}_A)}{(6EI)}$
	$\frac{S}{6EI} (2M_B - M_A) \bar{M}_B$	$\frac{S(2M_B \bar{M}_B - 2M_A \bar{M}_A - M_A \bar{M}_B + M_B \bar{M}_A)}{(6EI)}$
	$\frac{S}{12EI} M_A \bar{M}_B$	$\frac{S}{12EI} (3\bar{M}_A + \bar{M}_B) M_A$
	$\frac{S}{4EI} M_B \bar{M}_B$	$\frac{S}{12EI} (3\bar{M}_B + \bar{M}_A) M_B$
	$\frac{qS^3}{24EI} \bar{M}_B$	$\frac{qS^3}{24EI} (\bar{M}_A + \bar{M}_B)$

Литература

1. Прикладная механика: Учеб.пособие/А.Т. Скойбеда, А.А. Миклашевич, Е.Н. Левковский и др.; Под общ. ред. А.Т. Скойбеды. – Мн.: Выш.шк., 1997.- 552 с.
2. Беляев Н.М. Сборник задач по сопротивлению материалов. - М.: Высшая школа, 1988.
3. Беляев Н.М. Учебник по сопротивлению материалов. - М.: Высшая школа, 1988
4. Долинский М.Н. Краткий курс сопротивления материалов; М: Высшая школа, 1988 г.
5. Дарков А.В., Шпиро Г.С. Сопротивление материалов. - М.: Высшая школа, 1975.
6. Дарков А.В. и др. Строительная механика. - М.: Высшая школа, 1976.
7. Курмаз Л.В., Скойбеда А.Т. Проектирование. Детали машин. Мн.: Вышэйшая школа, 2001.
8. Анурьев В.И. Справочник конструктора машиностроителя, т. 1-3 М.: Машиностроение, 1982.